



# Etude de la dynamique des oscillateurs à vortex par synchronisation et modulation de fréquence

Sylvain Yoann Martin

## ► To cite this version:

Sylvain Yoann Martin. Etude de la dynamique des oscillateurs à vortex par synchronisation et modulation de fréquence. Matière Condensée [cond-mat]. Université de Grenoble, 2013. Français. NNT : 2013GRENY073 . tel-01367954

**HAL Id: tel-01367954**

**<https://theses.hal.science/tel-01367954>**

Submitted on 17 Sep 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Physique de la matière condensée**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

**Sylvain Y. Martin**

Thèse dirigée par **Mme Claire Baraduc**  
et codirigée par **M. Christophe Thirion**

préparée au sein **Spintec CEA/CNRS/UJF/G-INP**  
et de l'**Ecole doctorale de physique de Grenoble**

# Etude de la dynamique des oscillateurs à vortex par synchronisation et modulation de fréquence

Thèse soutenue publiquement le **23 octobre 2013**,  
devant le jury composé de :

**M. Alain Schuhl**

Professeur, Institut Néel, CNRS-UJF, Président

**Mme Julie Grollier**

Chargée de recherche, (UM $\varphi$  CNRS-Thales), Rapporteur

**M. Thibaut Devolder**

Chargé de recherche, IEF-CNRS-Paris XI, Rapporteur

**M. Riccardo Hertel**

Directeur de recherche, IPCMS, CNRS, Examineur

**Mme Claire Baraduc**

Ingénieur au CEA, Spintec CEA/CNRS/UJF/G-INP, Directrice de thèse

**M. Christophe Thirion**

Chargé de recherche, Institut Néel, CNRS-UJF, Co-Directeur de thèse

**M. Sébastien Petit-Watelot**

Maitre de conférences, Institut Jean Lamour, UL/CNRS, Invité











---

# REMERCIEMENTS

Et voilà, c'est fini ! Hé oui, ces premiers mots sont en fait les derniers qu'il me reste à écrire et ce sont sûrement les plus difficiles, car il y a tellement à dire. En effet, une thèse ne se limite pas à des équations compliquées et à de jolis graphes. C'est une série de bons et de mauvais moments, de crises de nerfs et de soulagements, de doutes et d'émerveillements... Malheureusement, un manuscrit de thèse est un document relativement froid qui n'aborde que des considérations techniques et scientifiques ne faisant pas apparaître tous ces aspects. Il ne fait pas non plus clairement apparaître les aspects humains et le fait que ce travail a réussi seulement grâce à l'aide de nombreuses personnes qui m'ont entouré durant ces trois années (scientifiquement et personnellement). Je profite donc de cet espace de liberté que sont les remerciements pour combler cette terrible lacune.

Tout d'abord, je tiens à remercier Claire Baraduc, ma directrice de thèse, qui est un peu ma *maman de thèse*. Il est évident que sans elle rien de tout cela n'aurait été possible. J'ai choisi ce sujet principalement grâce à elle, car pour moi la qualité des encadrants était plus importante que le sujet lui-même (qui s'est révélé très prometteur, mais à cette époque, je n'y comprenais rien, je ne pouvais pas savoir...). Au jour le jour, elle m'a soutenu, a répondu patiemment à mes questions naïves et surtout a partagé sa passion pour la physique (et la musique, et le thé, et les fruits secs...). Elle m'a appris tellement de choses qu'il serait impossible de les lister ici, mais honnêtement, je pense que si un jour, je deviens un bon chercheur, ce sera en grande partie grâce à elle.

Si Claire est ma *maman de thèse*, Christophe Thirion en tant que co-directeur est *mon papa de thèse*. Toujours prêt à partager ses connaissances et son expérience, il m'a initié aux joies (et aux peines) de la physique expérimentale, des mesures RF et de la modélisation physique... Et comme pour Claire, la liste pourrait s'allonger infiniment.

Je remercie mon jury de thèse, en commençant par le président (question de prestige...) Alain Schuhl qui a pris le temps de lire ma thèse (et de préparer des petites blagues) malgré son emploi du temps surchargé. Merci aussi à mes rapporteurs, Thibaut Devolder et Julie Grollier, pour la lecture méticuleuse de mon manuscrit et leurs critiques avisées. Merci à mes examinateurs, Ricardo Hertel et Sébastien Petit-Watelot, qui ont eu la gentillesse de s'intéresser à mon travail.

Je remercie également, Christophe Hoarau, Yann Conraux et Bernard Diény pour leur implication dans ce projet.

Le deuxième ingrédient vital dans la recette de la thèse réussie, en plus des encadrants, est l'entourage, à commencer par mes « co-bureau » qui pour certains m'ont supporté au jour le jour pendant plus de trois longues années. Dans ce rôle, je tiens à remercier tout particulièrement Émilie Jué, avec qui j'ai partagé plus ou moins tout ce qui fait qu'une thèse est une aventure humaine : peines, joies, stress, Schoko-Bons, rires, épuisements, délires, confs, râles, voyages inoubliables et surtout Princes de LU. Merci d'avoir été là quand je craquais ou désespérais. Merci pour ces longues heures passées, autour d'un thé ou d'une bière, à discuter physique, mais aussi, le plus souvent, à refaire le monde...

Dans la catégorie « co-bureau » (et ami évidemment), je remercie aussi Elmer Montebanco, pour son amitié quasi-instantanée, pour nous avoir supportés, Émilie et moi, dans le même bureau et surtout pour toutes les aventures rocambolesques d'un expatrié péruvien qui cherche à comprendre la France (et les français). J'ai aussi une petite pensée pour Hongxin, Juan et Karol qui ont aussi brièvement partagé notre bureau.

De même, je remercie tous mes collègues, mais néanmoins amis, de Spintec qui en font un lieu agréable à vivre. Arrêter une liste de personnes à remercier nommément est un exercice périlleux et diplomatiquement délicat. Toutefois, sans ordre particulier je tiens à remercier dans la catégorie doctorant et post-doctorant : Pierre Yves, Magali, Le Grand Alex & Lara, Cécile, Michael (pour avoir rendu le bruit de phase humainement compréhensible), Léa, Adrien, Giovanni, Mélissa, Bertrand, Thomas, Selma, Christophe et Le Petit Alex (pour ton humour particulier qui me manquera). Merci pour les interactions scientifiques, l'ambiance générale, les crises de fous rires et toutes les soirées que l'on a passées ensemble.

De même, mais dans la catégorie dinosaures... Heu, non, je veux dire permanents ... désolé... Je tiens remercier : Stéphane, Vincent, Hélène, Cath & Rachel (le duo de choc qui fait tourner le labo!), Ursula, Daria, Mair (pour rendre la physique quantique claire comme de l'eau de roche), Isabelle, Mihai, Guillaume, Gilles (pour son soutien à l'industrie du Prince de LU), Liliana (pour toujours avoir un sourire et mot gentil) et bien sûr, je n'ai pas le droit d'oublier les « boss » de Spintec : Bernard, Lucian et Jean-Pierre qui malgré leur surcharge de travail trouvent toujours un instant à nous consacrer.

En dehors de la sphère de Spintec, je tiens aussi à remercier les membres d'AITAP<sup>1</sup> et plus particulièrement Guillaume et Emanuela, toujours prêts à partager un bon moment : week-ends, soirées, voyage à l'étranger...

La vie ne s'arrêtant pas aux murs du CEA, c'est avec une profonde émotion que je souhaite remercier tous mes proches. A commencer par mes amis « Grenoblois » que j'ai rencontrés durant l'école *d'ingé* et qui sont, eux aussi, restés pour faire une thèse. Sandrine, Anne, Antoine, Adrien, ManuE, Hana, et Mathieu merci pour... bah... pour être ce que vous êtes : des amis!

---

1. l'association des jeunes chercheurs du CEA Grenoble

J'ai aussi une pensée pour mes coloc qui ont pas mal changé au fil des différents appartements. En 6 ans (3 ans d'école d'ingé + 3 ans de thèse) je suis devenu un pro du déménagement. Je les remercie d'avoir patiemment supporté (voire encouragé) mes nombreuses lubies et mes théories un peu déjantées sur la vie. Ils ont été un peu ma famille grenobloise pendant toutes ces années. Je remercie donc Benjamin, Thomas, Lauriane et Etienne, mes premiers coloc pour tous ces merveilleux souvenirs durant l'école d'ingé et le début de la thèse et pour m'avoir convaincu que la coloc c'est *cool* ! De même, je remercie également mes coloc plus récents : Camille, Nicolas, Mathilde, Jérémy, Yannick, Pauline et Cédric pour cette dernière colocation de folie où les lubies et les idées farfelues étaient monnaie courante. Honnêtement, je me suis bien amusé, il était impossible de s'ennuyer. Merci pour tous ces bons moments. A cause de vous tous (amis et coloc), limite, je regrette d'avoir quitté Grenoble, limite...

Je remercie aussi mes amis « parisiens ». J'ai l'impression de vous connaître depuis toujours et à mon plus grand bonheur votre amitié a résisté à mon éloignement. Donc, Yoann, Jérémie, Leo, Elsa, Anne Laure (bien que tu ne sois plus parisienne depuis un moment) et Stéphanie, je suis désolé de vous apprendre cela, mais vous êtes coincé avec moi comme amis *Ad vitam æternam*.

Enfin, les mots les plus simples étant les plus forts, j'adresse toute mon affection à mes parents qui m'ont soutenu, qui ont cru en moi et qui m'ont encouragé à poursuivre mes études malgré une légère dix-orteaux-graffy ... heu ... Dis-orttau-grafie ... heu, bon ok une très sévère dysorthographe<sup>2</sup>. Je remercie aussi mes frangins et leur « petite » famille et plus particulièrement Olivier et Marine qui m'ont soutenu pendant mes études et m'ont permis d'arriver jusqu'à la thèse.

Et, voilà ! En recomptant cela fait plus de 70 personnes. Nan, ce n'est pas possible ! Il ne peut pas y avoir autant de personne qui ont compté pendant ces 3 ans, si ? ! C'est fou ! Ça fait plaisir de constater que finalement, j'ai toujours été bien entouré. J'espère n'avoir oublié personne<sup>3</sup>. Ah, si, au fait, j'ai oublié quelqu'un, Toi ! *Cher Lecteur*. Toi qui t'intéresses à mon travail, merci.

Et voilà ! Je pense que cette fois-ci, c'est vraiment fini ! Ah, euh ... non, en fait, c'est le début, ne t'arrêtes pas là *Cher Lecteur*. Il y a encore tout le reste du manuscrit à lire, mais bon, c'est moins important, nan ? !

Pour conclure, un grand merci à tous et je vous dis à la prochaine autour d'un café, d'un thé ou d'une bière...

Sylvain

---

2. je salue au passage mon enseignante de CE1 qui a pronostiqué qu'avec un tel handicap, j'atteindrai à peine le bac. L'enfant de cette époque, qui est toujours quelque part en moi lui dirait : « Maintenant je suis docteur nananananère ! », puis lui tirerait la langue...

3. si c'est le cas, je le jure ce n'est pas volontaire...



---

# TABLE DES MATIÈRES

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>I Etat de l'art</b>	<b>3</b>
1 Introduction et historique de la spintronique . . . . .	4
2 Les structures magnétiques . . . . .	6
2.1 La polarisation en spin du courant . . . . .	7
2.2 De la GMR aux spin-valves . . . . .	9
2.2.1 La GMR en quelques mots . . . . .	9
2.2.2 Les vannes de spin . . . . .	10
2.3 De la TMR aux jonctions magnétiques . . . . .	11
2.3.1 La TMR en quelques mots . . . . .	11
2.3.2 Les jonctions tunnel magnétiques . . . . .	13
2.3.3 Perspective pour les jonctions magnétiques . . . . .	14
3 Dynamique de l'aimantation . . . . .	16
3.1 Équation de la dynamique . . . . .	16
3.2 Le couple de transfert de spin . . . . .	17
3.3 Oscillateurs macrospin . . . . .	18
4 Les vortex magnétiques . . . . .	21
4.1 Dynamique d'un vortex magnétique . . . . .	21
4.2 Les premiers oscillateurs à vortex . . . . .	23
4.2.1 Le concept . . . . .	23
4.2.2 Les premiers oscillateurs à vortex . . . . .	24
5 Conclusion . . . . .	27
<b>II Description du système étudié</b>	<b>29</b>
1 Caractéristique de l'échantillon . . . . .	30
1.1 Empilement . . . . .	31
2 Description du banc expérimental . . . . .	34

2.1	Champ magnétique . . . . .	36
2.2	Mesure statique et polarisation des jonctions . . . . .	36
2.3	Mesures spectrales et analyseur de spectre . . . . .	36
3	Premières caractérisations . . . . .	39
3.1	Mesure statique $R(H)$ . . . . .	39
3.2	Impédance de l'échantillon . . . . .	42
3.3	Premières mesures spectrales . . . . .	43
3.4	Dépendance au courant de polarisation . . . . .	45
3.5	Dépendance en champ de la fréquence . . . . .	47
4	Reproductibilité et vieillissement . . . . .	48
4.1	Reproductibilité d'échantillon à échantillon . . . . .	48
4.2	Vieillissement des échantillons . . . . .	48
5	Conclusion . . . . .	48
<b>III Auto-oscillateur et Synchronisation</b>		<b>51</b>
1	Oscillateurs, auto-oscillateur et non-linéarité . . . . .	52
1.1	Introduction et définitions . . . . .	52
1.2	Oscillateurs auto-entretenus ou auto-oscillateurs . . . . .	53
1.3	Espace des phases et cycle limite . . . . .	54
1.4	Quelques exemples d'oscillateurs . . . . .	56
1.4.1	Oscillateur de van der Pol . . . . .	56
1.4.2	Modèle KTS . . . . .	56
2	Synchronisation . . . . .	58
2.1	Définition . . . . .	58
2.2	Synchronisation et auto-oscillateur . . . . .	59
3	Etat de l'art sur la synchronisation des oscillateurs spintronique . . . . .	61
4	Expérimentation . . . . .	63
4.1	Banc expérimental . . . . .	63
4.2	Expériences en fonction de la puissance de la source RF . . . . .	64
4.2.1	Premier spectre de synchronisation . . . . .	64
4.2.2	Synchronisation à $2f_0$ . . . . .	65
4.3	Expériences en fonction de la fréquence de la source RF . . . . .	66
4.4	Construction des langues d'Arnold . . . . .	68
4.5	Conservation de la puissance intégrée . . . . .	69
4.6	Conclusion sur la partie expérimentale . . . . .	70
5	De l'équation de Thiele à l'auto-oscillateur . . . . .	71
5.1	Le cas simple : Modèle sans masse et avec potentiel harmonique . .	72
5.2	Modèle avec potentiel de confinement et inertie . . . . .	74
5.2.1	Approche analytique . . . . .	76
5.2.2	Approche numérique . . . . .	78
6	De l'auto-oscillateur à l'oscillateur paramétrique . . . . .	83

6.1	Similarité entre l'équation de Mathieu et l'auto-oscillateur à vortex	83
6.1.1	Rappel sur l'équation de Mathieu . . . . .	83
6.1.2	Similarité entre les deux équations . . . . .	86
6.1.3	Pour aller plus loin avec l'équation de stabilité . . . . .	88
6.1.4	Conclusion : forces et faiblesses de notre modèle . . . . .	90
7	Conclusion . . . . .	92
<b>IV</b>	<b>Modulation de fréquence</b>	<b>95</b>
1	Qu'est-ce qu'est la modulation ? . . . . .	96
2	Les différents types de modulation . . . . .	97
2.1	La modulation d'amplitude . . . . .	97
2.2	La modulation de phase . . . . .	98
2.3	La modulation de fréquence . . . . .	98
2.4	Conclusion sur les différents types de modulation . . . . .	101
3	La FM non-linéaire . . . . .	102
4	Etat de l'art sur la modulation dans les oscillateurs spintroniques . . . . .	104
5	Expérimentation . . . . .	107
5.1	Banc expérimental . . . . .	107
5.1.1	Description de l'expérience . . . . .	107
5.1.2	Limites expérimentales . . . . .	108
5.1.3	Estimation de la puissance du signal modulant . . . . .	108
5.2	Spectres et cartes couleur . . . . .	110
5.3	Relevé des amplitudes . . . . .	111
5.4	Lien entre théorie et expérimentation . . . . .	113
5.5	Notion de temps caractéristique . . . . .	119
6	Discussion et Conclusion . . . . .	120
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>125</b>





---

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

La spintronique se trouve à la croisée des chemins entre la microélectronique et le magnétisme. C'est une discipline très riche d'un point de vue de la physique fondamentale, mais son développement est aussi dû à l'engouement des industriels pour de nouvelles applications. La première fut l'utilisation de la magnétorésistance géante pour améliorer les têtes de lecture des disques durs dans les années 90. Celles-ci furent ensuite progressivement remplacées par des jonctions tunnel magnétiques qui équipent aujourd'hui la majorité des disques durs du monde.

Dans les années 2000, un nouveau phénomène fut démontré expérimentalement : le couple de transfert de spin. On découvrait alors qu'il était possible d'agir sur l'aimantation non seulement avec un champ magnétique mais aussi avec un courant électrique. Ce nouvel effet à ouvert la voie à de nombreuses recherches dont l'étude des oscillateurs spintroniques. Les premiers oscillateurs de ce type étaient composés de deux couches magnétiques séparées par un *espaceur* non magnétique. Sous l'effet du courant, grâce au couple de transfert de spin, l'aimantation de l'une des deux couches oscille uniformément alors que l'autre reste fixe. La variation périodique de l'angle relatif des deux aimantations engendre une variation de la résistance du composant grâce à la magnétorésistance géante. Cette première génération d'oscillateur spintronique a tout de suite suscité l'engouement de la communauté tant d'un point de vue fondamental, car ils montraient que l'on peut exciter l'aimantation grâce à un courant polarisé, que d'un point de vue applicatif, car ces composants sont miniaturisables, compatibles avec les technologies usuelles de la microélectronique (CMOS) et leur fréquence peut facilement être accordée sur une grande plage. Leur gros défaut était et est toujours leur pureté spectrale qui est encore insuffisante pour une utilisation dans les télécommunications.

Puis, dans les années 2010, la communauté a commencé à s'intéresser à un nouveau type d'oscillateur spintronique. Au lieu d'avoir une couche magnétique, dont l'aimantation, oscille uniformément, celle-ci comporte un « objet » magnétique qui se déplace périodiquement : les oscillateurs à vortex. Bien que leur fréquence et leur accordabilité soient bien plus faibles que ceux des oscillateurs précédents, leur pureté spectrale et leur puissance d'émission sont bien plus grandes. Ces nouveaux composants sont passionnants autant d'un point de vue industriel que fondamental. Pour la première fois, on peut observer les excitations engendrées par le couple de transfert de spin sur un vortex magnétique.

Au commencement de ce travail il n'y avait que peu d'études sur la réponse d'un vortex magnétique à une excitation *périodique*. C'est dans ce contexte que mon travail de thèse a débuté. Durant ces trois ans, j'ai étudié la réponse spectrale d'un oscillateur à vortex soumis à une excitation électrique radiofréquence, à travers des expériences de synchronisation et de modulation de fréquence. A partir de mes observations expérimentales, j'ai pu développer un modèle analytique décrivant nos oscillateurs à vortex et faire le parallèle avec l'oscillateur paramétrique de Mathieu. De plus, cela m'a aussi permis de mettre en évidence l'importance du temps caractéristique de retour à l'équilibre dynamique.

Ce manuscrit est organisé en quatre chapitres :

- Le premier chapitre est consacré à un bref rappel de l'état de l'art en spintronique. Il présente un tour d'horizon des phénomènes fondamentaux : la magnétorésistance géante et tunnel, les oscillateurs à aimantation uniforme (macrospin) et les oscillateurs à vortex.
- Le deuxième chapitre est consacré à la description du système étudié et du banc expérimental utilisé. Puis les caractérisations usuelles sont détaillées : cycle d'hystérésis, impédance dynamique et mesures spectrales.
- Dans le troisième chapitre, j'expose mes résultats expérimentaux sur la synchronisation des oscillateurs à vortex par un courant radiofréquence. Puis j'explique le modèle que nous avons développé pour les décrire. Grâce à celui-ci, il est possible d'appréhender plusieurs phénomènes observés expérimentalement tels que la plus grande efficacité de la synchronisation avec une onde ayant une fréquence double de celle de l'oscillateur, ainsi que le lien entre fréquence et courant.
- Enfin, le dernier chapitre porte sur la modulation de fréquence (FM) appliquée à nos oscillateurs. Après avoir exposé mes résultats expérimentaux je montre que la théorie ne peut pas s'appliquer directement sur ceux-ci. En effet, la relation courant-fréquence mesurée dans une expérience quasi statique n'est plus applicable ici. J'expose donc une méthode qui permet d'extraire à partir de ces données une relation courant-fréquence valable en dynamique.

---

# CHAPITRE I

---

## ETAT DE L'ART



### *Dans ce chapitre nous allons aborder...*

Dans ce chapitre, je présente brièvement le contexte scientifique dans lequel ma thèse a débuté. Pour cela, je fais un bref tour d'horizon de l'état de l'art.

Je commence par introduire les phénomènes physiques mis en jeu dans les structures magnétiques, c'est-à-dire la polarisation en spin du courant et la magnétorésistance géante et tunnel.

Après avoir décrit l'effet de la magnétorésistance, je présente l'équation régissant la dynamique de l'aimantation et l'effet d'un courant polarisé sur celle-ci : le couple de transfert de spin. Ces trois effets réunis ont permis l'émergence des premiers oscillateurs spintroniques. Enfin, je présenterai les vortex magnétiques, leur dynamique et comment on peut les utiliser pour créer une nouvelle génération d'oscillateurs.

# 1 Introduction et historique de la spintronique

Usuellement on explique que la spintronique est née du modèle à deux courants de N. Mott en 1936 [1]. Puis de la preuve expérimentale de l'effet de la magnétorésistance géante apportée à la fin des années 80 par A. Fert et P. Grünberg [2, 3]. Cependant ces deux événements ne sont que les derniers dominos d'une longue série de découvertes.

En effet, depuis l'antiquité les Hommes sont fascinés par l'électricité et le magnétisme. Bien que ces concepts soient, aujourd'hui, naturels pour tout le monde, même pour les plus jeunes enfants, ils sont longtemps restés mystérieux. Les premières réflexions sur ces phénomènes sont attribuées à Thalès de Milet<sup>1</sup> qui aurait étudié les propriétés électrostatiques de l'ambre jaune<sup>2</sup> et magnétique de la pierre de magnétite (un aimant naturel). Cependant, il les décrit par une vision animiste de la matière (c.-à-d. que la matière est animée de vie) et non par des propriétés physiques.

Ces premières observations restent superficielles et qualitatives. Il faut attendre le XVIII<sup>ème</sup> siècle pour que les scientifiques commencent à cerner ces phénomènes étranges. Des machines à produire de l'électricité statique sont construites. Elles sont, par exemple, composées d'un disque en verre tournant, entraîné par un mécanisme à manivelle, sur lequel un matériau doux (comme une peau de chat) vient frotter. Des charges se créent à la surface par triboélectrification<sup>3</sup>. Grâce à elle, tout « le beau monde » se met à expérimenter l'électricité...

Durant cette période, il est découvert qu'il y a deux types de « fluide électrique » que l'on nommera arbitrairement *plus* et *moins* ainsi que deux types de matériaux, les conducteurs et les isolants. Cependant, aucun modèle n'est encore développé, pour quantifier ces phénomènes.

Le XIX<sup>ème</sup> siècle sera le siècle de la mathématisation. Les savants cherchent à mettre le phénomène en équation comme Newton l'a fait pour la dynamique des solides. De grands noms se succèdent : Hans Christian Ørsted, André-Marie Ampère, Michael Faraday, Jean-Baptiste Biot et Félix Savart. Chacun modélise une facette du phénomène. Enfin, le très célèbre James Clerk Maxwell regroupe toutes ces théories en une seule. Cependant, pour l'instant la nature de ce *fluide* est encore incompréhensible pour les savants de l'époque. Il faut attendre John Thomson, pour comprendre la nature des électrons en tant que particule chargée (voir cadre).

Puis avec la révolution scientifique du début du XX<sup>ème</sup> siècle lancée par la découverte de la physique quantique et de la relativité, la notion de moment angulaire des particules émerge. En 1926, Uhlenbeck et Goudsmit [4] proposent l'existence d'un spin 1/2 pour l'électron permettant ainsi de comprendre la structure fine de certaines raies d'émission de

---

1. Philosophe et savant grec né à Milet vers -625 et mort vers -547, entre autre célèbre pour avoir découvert un théorème portant aujourd'hui son nom.

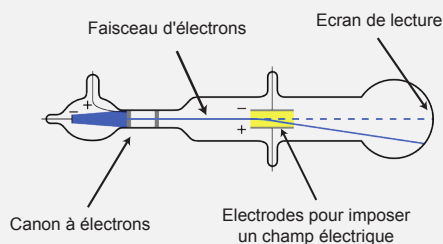
2. Dont le nom grec *ēlektron* donnera naissance au mot électricité au XVI<sup>ème</sup> siècle.

3. La triboélectricité (du grec *tribein* qui signifie frotter) désigne le phénomène électrostatique créé par la mise en contact de deux matériaux de nature différente : une partie des électrons de la surface de contact d'un des deux matériaux est transférée à l'autre et ce transfert subsiste lors de la séparation. L'effet triboélectrique peut être augmenté par apport d'énergie mécanique en frottant les matériaux l'un contre l'autre.

l'hydrogène. Dix ans seulement avant les prédictions théoriques de Mott. Enfin, il a fallu attendre l'amélioration des techniques de dépôt des métaux en couche mince (essentiellement développées pour l'industrie de la micro électronique) pour que les premières mesures de magnétorésistance géante soient réalisées.



*Remarque : de la découverte de l'électron...*



**Figure I.1** – Schéma de l'expérience de Thomson. Par rapport à ce schéma, le champ magnétique imposé par les bobines (non représentées ici) est dans une direction perpendiculaire à la feuille.

Thomson cherche à démontrer que le faisceau créé dans les tubes cathodiques est constitué de particules et non d'onde électromagnétique ; les deux théories concurrentes à l'époque. Pour cela, il ajoute une cathode et une anode de part et d'autre du chemin du faisceau. En imposant un champ électrique, il peut le dévier. Ce qui prouva qu'il est constitué de particules chargées négativement (les ondes électromagnétiques étant insensible au champ). Plus tard, pour une deuxième expérience, il imposa un champ magnétique perpendiculairement au champ élec-

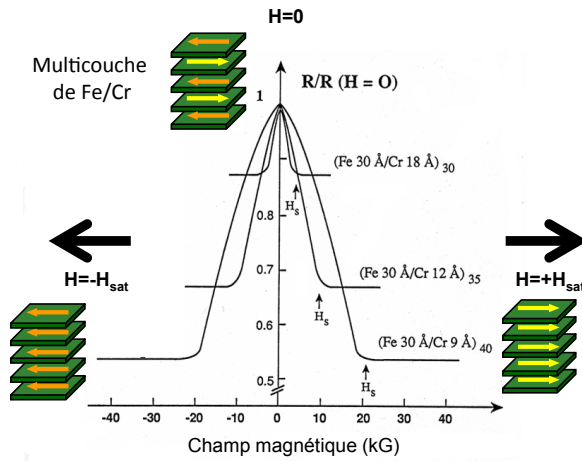
trique et au faisceau (ce qui fait qu'ils imposent tous deux une force selon le même axe). En réglant correctement les deux champs pour les compenser, il put extraire le rapport charge sur masse de l'électron.

Toutes ces découvertes (et bien d'autres) ont abouti à l'émergence de la spintronique. Lorsque l'on cherche à raconter l'histoire des sciences et comment on est arrivé à un contexte, il ne faut pas oublier qu'une découverte n'arrive jamais seule et n'est jamais le fruit d'un seul homme. Elle découle d'événements passés, d'états d'esprit qui *planent* dans l'air du temps et d'un peu de chance...

Maintenant, revenons à des considérations plus pragmatiques. Dans la suite de ce chapitre, je vais brièvement décrire les concepts de spintronique qui ont servi de cadre au début de ma thèse. Je n'évoquerai pas ici les découvertes faites en parallèle de celle-ci, mais j'y ferai référence au besoin dans les chapitres suivants. Dans les paragraphes qui suivent, je vais tenter d'expliquer brièvement les concepts *avec les mains* sans rentrer dans les détails, et surtout avec le moins d'équations possible, de façon à me concentrer sur la physique. Des thèses et même des livres y sont entièrement consacrés et je renvoie le lecteur à ceux-ci pour une étude plus approfondie [5, 6].

## 2 Les structures magnétiques

L'engouement pour la spintronique a démarré par la preuve expérimentale de la magnétorésistance géante apportée, en parallèle, par A. Fert et P. Grünberg [2, 3]. Ces expériences consistent à faire un empilement de couches minces en alternant couche métallique magnétique et couche métallique simple. L'aimantation des couches magnétiques s'ordonne de manière alternée dans une configuration antiparallèle (cf figure I.2). Les auteurs ont remarqué que lorsqu'ils appliquent un champ, dans la direction de facile aimantation des couches, la résistance change : elle est plus grande quand les couches sont dans une configuration anti-parallèle (AP) que dans une configuration parallèle (P). Plus tard, l'étude de structures avec seulement 3 couches minces (deux métaux ferromagnétiques séparés par un métal normal), gravées en pilier, a donné des résultats similaires. On appellera ces composants des structures GMR (pour *Giant Magneto-Resistance*).



**Figure I.2** – Adapté de [3]. Expérience menée par Baibich *et al* (de l'équipe de A. Fert) démontrant la GMR.

D'un point de vue fondamental, ce résultat est très intéressant. En effet, dans ce type de structure, les distances séparant deux couches ferromagnétiques sont inférieures aux longueurs caractéristiques mises en jeu dans les phénomènes de transport. Dit autrement, la distance séparant deux couches différentes est devenue tellement petite que l'on ne peut plus seulement prendre en compte l'environnement local où se trouvent les électrons, mais l'on doit aussi tenir compte de l'ensemble des couches qu'ils ont traversé. Ce qui est rarement le cas en électronique.

L'industrie du disque dur s'est aussi beaucoup intéressée à ce phénomène, car il a permis la fabrication de capteurs magnétiques à la fois plus compacts et plus sensibles. Il en découla une augmentation considérable de la densité de stockage des disques.

De même, dans le milieu des années 70, un autre phénomène est mis en évidence. Cette fois-ci, les deux couches ferromagnétiques ne sont plus séparées par un métal, mais par un isolant. Les électrons le traversent par effet tunnel. Là encore la résistance du système est bien plus grande quand les deux couches métalliques ont leur aimantation en sens opposé [7]. Bien que le comportement de ces deux types de système soit similaire, la physique sous-jacente est très différente. Ce point sera abordé dans les sections suivantes.

Auparavant, nous devons nous accorder sur quelques notations et conventions. Dans la suite de ce chapitre, je séparerai les électrons en deux populations : ceux qui ont un spin *up*, aussi noté  $\uparrow$ , qui est parallèle avec l'aimantation du métal ferromagnétique, et ceux qui ont un spin *down*, aussi noté  $\downarrow$  qui est antiparallèle avec elle<sup>4</sup>. Evidemment, pris

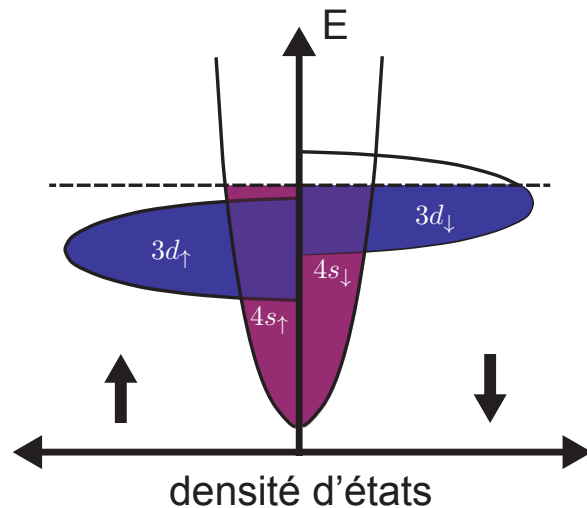
4. Par abus de langage, j'appelle *spin* le moment magnétique intrinsèque des électrons,  $\mu_s$ , et non leur moment cinétique intrinsèque,  $S$ . Il faut noter que ceux-ci sont opposés et liés par la relation  $\mu_s = -ge/2m S$  avec  $g$  le facteur de Landé,  $e$  et  $m$  respectivement la charge et la masse de l'électron.

individuellement, l'état d'un électron est souvent un mélange pondéré de ces deux états, mais cela permet de simplifier les explications sans rien enlever à leur généralité. De plus, je ne prends en considération que les structures où le courant se propage perpendiculairement au plan des couches et où l'aimantation des couches ferromagnétiques est soit P soit AP (et non un angle quelconque).

## 2.1 La polarisation en spin du courant

Dans cette section, je vais expliquer qualitativement pourquoi le courant traversant un métal ferromagnétique est polarisé en spin, c'est-à-dire que le courant porté par les électrons de spin *up* est plus grand que celui de spin *down*. Pour cela, il faut revenir aux fondamentaux de la physique du solide. Généralement, on sépare les électrons en deux catégories : les électrons de valence qui restent localisés au voisinage des noyaux atomiques et les électrons de conduction (ou itinérants) qui sont responsables du transport électrique. Cependant souvent, la réalité est plus complexe, et il faut prendre en compte des effets d'hybridation (c.-à-d. de *mélange*) entre les différentes bandes.

Dans les métaux de transition (dont font partie les métaux ferromagnétiques), les couches électroniques plus proches du noyau que la couche 3d sont complètes, elles ne participent donc ni au courant électrique ni aux propriétés magnétiques<sup>5</sup>. Les deux seules bandes à prendre en considération sont la bande 4s, dont les électrons sont délocalisés et qui sont principalement responsables du transport, et la 3d, dont les électrons sont plus localisés et principalement responsables de l'aimantation. Notons cependant que cette description est une approximation de la réalité. Nous y reviendrons lorsque que nous aborderons la question de l'hybridation s-d.



**Figure I.3** – Schéma représentant la densité d'état des électrons pour les bandes 4s et 3d pour les deux types de population *up* et *down*.

Dans ces métaux, les électrons 4s restent dans une situation similaire à ceux des métaux normaux. Ils ne sont pas polarisés en spin, c'est-à-dire qu'il y a autant d'électrons ayant un spin *up* que d'électrons ayant un spin *down*. Pour les électrons de la bande 3d, la situation est différente. Cette bande est très étroite, ce qui a deux conséquences importantes.

La première est qu'ils ont une masse effective plus grande : comme tous les électrons au niveau de Fermi ont la même énergie cinétique, ceux-ci se déplacent moins vite. Ils sont donc très localisés. Pour mieux comprendre, il faut se rappeler que pour un atome isolé les couches électroniques sont infiniment fines (ce sont juste des niveaux discrets),

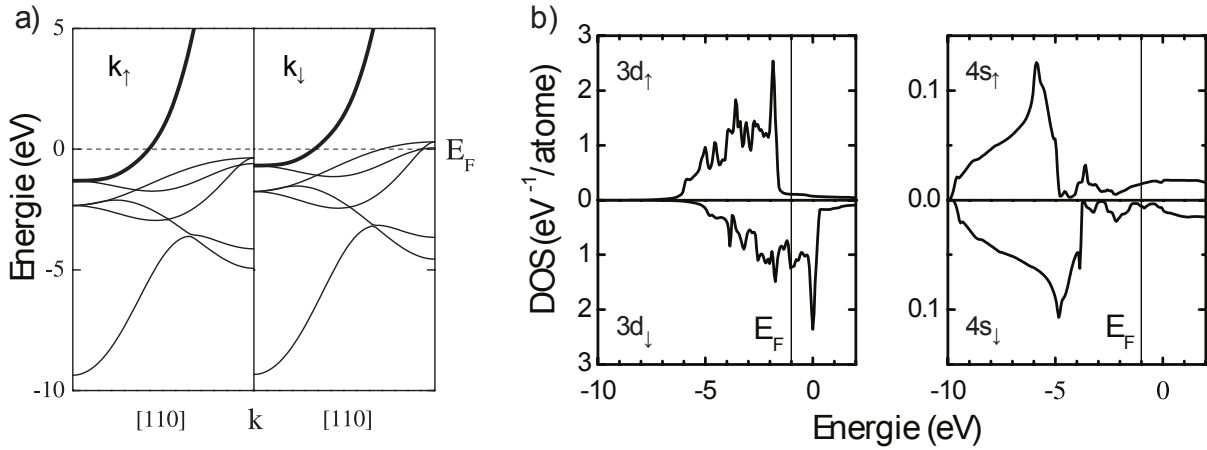
5. Il faut noter que les règles de remplissage des niveaux d'énergie (règles de Hund) ne sont plus systématiquement valables dans les cristaux. Ce qui fait que, par exemple, le chrome et le manganèse possèdent un moment magnétique sous forme d'atome libre, mais plus sous forme cristalline. Par contre, le fer, le cobalt et le nickel restent quant à eux magnétiques.



une bande étroite signifie que les électrons « appartiennent plus à un atome donné » que les électrons de la couche s. Dans ce cas, parler d'interaction entre électrons 3d d'atomes voisins a un sens. C'est justement grâce à cette interaction, entre électrons, que le cristal est ferromagnétique : il y a un couplage qui favorise l'alignement de leur spin. Dit autrement, il y a plus d'électron avec un spin *up* que *down*. La bande 3d est donc séparée en deux sous-bandes ayant un décalage du niveau de plus basse énergie comme on peut le voir sur la figure I.3.

C'est là qu'intervient la deuxième conséquence de l'étroitesse de la bande : un décalage par rapport au niveau de Fermi implique une grande variation du remplissage de la bande. Le décalage dû à l'énergie d'échange provoque donc une grande différence entre le nombre d'électrons *up* et *down* au niveau de Fermi.

Le ferromagnétisme de ces métaux provient du couplage d'échange entre électrons d. Cependant, les électrons 4s, responsables du transport, ne sont pas polarisés en spin. Or c'est de la polarisation en spin du courant que vient la GMR. Il manque donc un ingrédient à notre explication.



**Figure I.4** – Extrait de [8]. a) Bande électronique du nickel FCC dans la direction [110]. Gauche pour les électrons *up* et à droite pour les électrons *down*. La courbe en gras correspond aux électrons ayant un caractère s. b) Densité d'état électronique pour du cobalt FCC de la bande d (gauche) et s (droite). Pour les deux types de population *up* et *down*. On remarque clairement le décalage des bandes d et la différence de densité d'état entre les deux population d'électron au niveau de Fermi.

Ce qui manque, c'est l'hybridation entre les bandes s et d. Une même bande peut présenter un caractère s (bande parabolique) ou un caractère d (bande plate) selon l'orientation du vecteur d'onde  $k$ . Un électron de type s peut donc être diffusé vers un autre état  $k$  de type d. Or cette diffusion s-d se produit beaucoup plus souvent pour les électrons de spin *down*.

En effet, la densité d'état des électrons 3d $_{\uparrow}$  est faible au niveau de Fermi contrairement à celle des électrons 3d $_{\downarrow}$  (comme on peut le voir sur la figure I.4.b). La diffusion s-d est donc presque impossible pour les électrons de spin *up*, alors qu'elle est fréquente pour les électrons de spin *down*. Il en résulte une résistivité plus grande pour les électrons *down* que pour les *up*. C'est ce phénomène, entre autre, qui est utilisé pour expliquer l'effet de magnétorésistance géante.

Par ailleurs, on constate sur la figure I.4.a que l'hybridation s-d provoque la création de bandes paraboliques décalées en énergie. Dans certains cas, un modèle basé sur l'existence

de deux bandes parabolique décalées par l'énergie d'échange (modèle de Stoner) peut suffire pour rendre compte de la physique du système : on considère alors deux populations d'électrons libres *up* et *down* ayant une densité d'état différente au niveau de Fermi. C'est cette description qui a été utilisée dans les premiers modèles rendant compte de l'effet de la TMR.

Pour résumer, il y a trois grands types de modèles pour expliquer le transport dans les matériaux ferromagnétique :

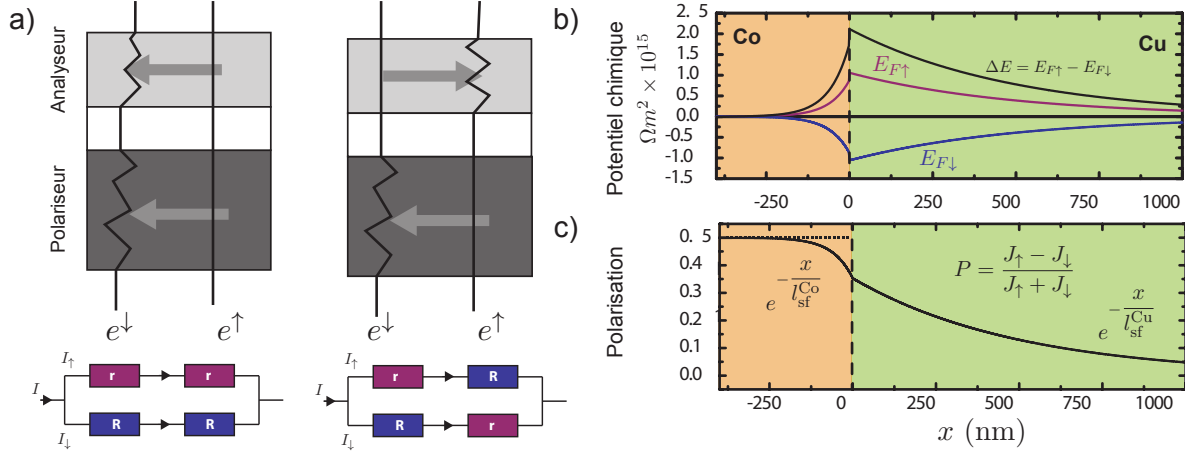
- Les modèles à deux courants séparés où les coefficients de diffusion des deux populations d'électrons sont différents. Dans certains cas il est possible de négliger le *spin-flip* dû aux interactions des électrons avec un magnon, une impureté magnétique, un autre électron... Ces modèles sont réalistes à basse température où il y a moins de collision. Dans d'autres cas, comme dans les modèles semi-classiques de diffusion on prend en considération le *spin-flip* et l'accumulation de spin. C'est l'approche utilisée par Valet et Fert pour expliquer la GMR [9].
- Les modèles où l'on considère deux bandes d'électrons libres ayant un décalage de leur minimum d'énergie (modèles de Stoner). Dans ce cas on considère que la densité d'état des électrons *up* est plus grande que celle des électrons *down*. C'est sur ce type de modèle qu'ont été basées les descriptions simples de la TMR.
- Les modèles *ab initio* où l'on calcule la structure de bande pour chaque direction de spin. Ce sont sûrement les plus précis, mais ils sont aussi bien plus lourds et complexes.

## 2.2 De la GMR aux spin-valves

### 2.2.1 La GMR en quelques mots

On peut comprendre intuitivement l'effet GMR, dans le cas où le courant circule perpendiculairement à la multicouche comme le schématise la figure I.5.a. Considérons un modèle à deux courants, avec deux canaux de conduction indépendants. Nous avons vu, au paragraphe précédent, que les électrons majoritaires sont moins diffusés que les électrons minoritaires. Donc, pour chaque canal de spin, la résistance est faible (resp. élevée) si les électrons ont leur moment de spin parallèle (resp. antiparallèle) à l'aimantation locale. Dans le cas où les aimantations sont en configuration parallèle (P), les électrons de spin *up* traversent deux couches de faible résistance. Un des deux canaux de spin présente donc une résistance faible, ce qui fait que la résistance de l'état P est basse. En revanche, dans le cas antiparallèle (AP), chaque canal de spin a une résistance élevée dans l'une des deux couches ; la résistance de l'état AP est donc grande.

Cette explication simple permet de comprendre les grandes lignes de l'effet GMR et a été utilisée avec succès pour décrire de nombreuses expériences. Néanmoins, elle ne rend pas compte de toutes les expériences et, en particulier, des résultats obtenus dans des multicouches où l'ordre des couches est modifié : par exemple, on observe expérimentalement une différence de conductance entre une structure où les couches sont alternées en une succession de configurations AP par rapport au cas où il y a deux blocs successifs contenant d'abord toutes les couches avec aimantation dans un sens, puis toutes les couches avec aimantation dans l'autre sens. Le modèle simple de résistances en série ne peut rendre compte de cette différence. Pour comprendre toute la physique du système, il faut prendre en compte l'effet d'accumulation de spin et le spin-flip.



**Figure I.5** – a) Schéma du modèle à deux courants, et sa représentation en circuit électronique équivalent. Dans le cas P la résistance totale est  $2rR/(r + R)$  et dans le cas AP  $(r + R)/2$ . b) et c) adapté de [10]. b) Accumulation de spin à l'interface entre du Co et du Cu calculée avec le modèle de Valet et Fert. Les valeurs prises pour la longueur de *spin flip* sont 60 nm pour le Co et 0,5  $\mu$ m pour le Cu. c) Polarisation, P du courant calculée selon la formule donnée en insert.

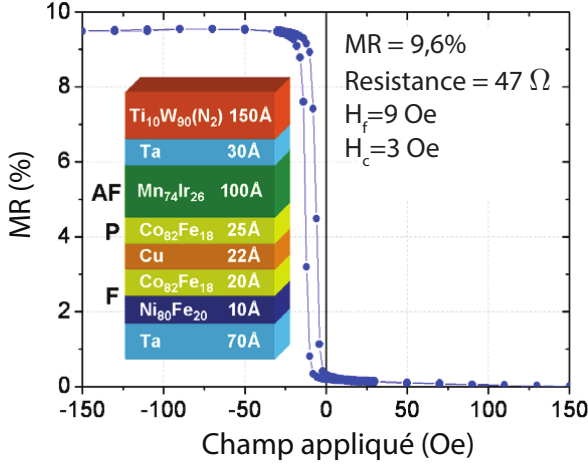
Un modèle prenant en compte ces ingrédients a été développé par Valet et Fert [9]. Je ne décrirai ici que le principe de l'accumulation de spin. Considérons une interface entre un métal ferromagnétique (F) et métal normal (N) (cf. I.5.b). Dans le métal ferromagnétique, le courant est polarisé en spin : le flux d'électrons de spin *up* est supérieur au flux d'électrons de spin *down*. En revanche, dans le métal normal, le courant n'est pas polarisé et les deux flux sont égaux. Par conséquent, les électrons s'accumulent au voisinage de l'interface, puisque leur taux d'arrivée est supérieur à leur taux de départ. Pour une raison analogue, il y a un déficit d'électrons de spin *down* au voisinage de l'interface. Parallèlement, le mécanisme de *spin-flip* convertit les électrons de spin *up* en excès en électrons de spin *down*, ce qui fait que le déséquilibre à l'interface reste stationnaire. Les électrons en excès (en déficit) occupent des états au dessus (en dessous) du niveau de Fermi ; par définition, leur niveau d'énergie est leur potentiel chimique noté  $E_{F\uparrow}$  (resp.  $E_{F\downarrow}$ ) sur la figure. Le calcul du transport GMR se fait alors en prenant en compte ces potentiels chimiques. Le déséquilibre entre les deux populations de spin se résorbe sur une distance appelée la longueur de diffusion de spin. Elle vaut quelques centaines de nm dans les métaux normaux et quelques nm dans les métaux ferromagnétiques.

### 2.2.2 Les vannes de spin

Nous avons vu que les multicouches ferromagnétiques/métal normal présentent un fort taux de magnétorésistance. Néanmoins, le champ nécessaire pour modifier leur configuration magnétique est important. Cela posait un problème pour les utiliser dans des applications comme des capteurs de champ. La mise au point de structure dites vanne de spin (*spin valve* en anglais) a permis de pallier à ce problème.

Leur structure est basée sur une superposition de trois couches fonctionnelles  $F_1/N/F_2$  généralement gravée en nanopilier de quelques centaines de nm de diamètre. L'une des couches ferromagnétiques ( $F_1$ ) est piégée (par un couplage avec un antiferromagnétique) de telle façon que son aimantation reste fixe tandis que l'autre ( $F_2$ , appelée couche libre) est composée d'un matériau doux dont l'aimantation se retourne aisément en champ faible.

Aujourd'hui chacune des couches fonctionnelles est constituée de plusieurs « sous couches » pour augmenter l'efficacité de la structure.



**Figure I.6** – Extrait de [11]. Courbe de résistance en fonction du champ appliqué pour une *spin-valve*. En inset l'empilement de la jonction mesurée et ses principales caractéristiques.

Comme on peut le voir sur la figure I.6, lorsque l'on balaye le champ magnétique dans l'axe de l'aimantation en mesurant la résistance, il y a deux états de résistance correspondant aux configurations P et AP, séparés par une transition abrupte à faible champ.

On définit le ratio de magnéto-résistance GMR, qui quantifie la variation de la résistance entre les deux états de la structure :

$$MR = \frac{R_{AP} - R_P}{R_P} \quad (\text{I.1})$$

avec  $R_P$  la résistance dans la configuration parallèle et  $R_{AP}$  dans la configuration antiparallèle.

L'invention des vannes de spin a permis une augmentation considérable de la capacité des disques durs. Ces composants ont un taux de magnéto-résistance de quelques dizaines de pourcent. Ce qui était un progrès considérable par rapport aux technologies de l'époque. Cette technologie perdura un temps avant d'être remplacée par les jonctions tunnel magnétiques, que je présente à la section suivante et qui peuvent aujourd'hui avoir des taux de MR de plusieurs centaines de pourcent.

## 2.3 De la TMR aux jonctions magnétiques

### 2.3.1 La TMR en quelques mots

La magnéto-résistance tunnel (TMR pour *tunneling magnetoresistance*) est un phénomène purement quantique et les modèles la décrivant deviennent très rapidement com-

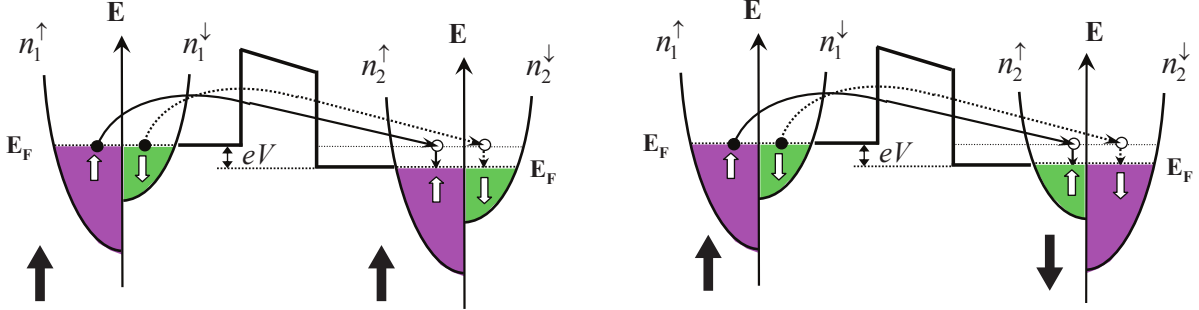
6. A l'interface le couplage d'échange lie l'aimantation du CoFe à celle de la première couche MnIr. L'énergie nécessaire pour retourner l'ensemble est très importante. Pour la gamme de champ appliqué ici, l'aimantation reste fixe.

plexes. Cependant, Jullière [7] a proposé un premier modèle, certes incomplet, mais simple et suffisant pour appréhender le principe de la TMR.

Notre système peut être modélisé par deux matériaux métalliques ferromagnétiques, noté 1 et 2, entourant un matériau isolant. Comme nous l'avons vu à la section 2.1, dans une vision simple, les électrons sont dans des bandes de conduction paraboliques. Les énergies des bandes électroniques vont se trouver décalées suivant que les électrons sont polarisés *up* ou *down*. En effet, les électrons au spin parallèle à l'aimantation sont énergétiquement favorisés par rapport aux autres.

Le modèle de Jullière repose sur trois hypothèses, la figure I.7 résume tout cela :

- La première est qu'il n'y a pas de retournement de spin (*spin-flip*) au sein de la barrière, autrement dit on peut considérer que les électrons sont sur deux canaux distincts, un pour les *up*, l'autre pour les *down*. Un électron de l'électrode de gauche est accepté dans un état vide de même spin de l'électrode de droite et réciproquement<sup>7</sup>.
- La seconde est que l'on ne prend pas en considération la hauteur et la forme de la barrière.
- Enfin, la dernière impose que la conduction est proportionnelle au produit des densités d'état électronique (DOS pour *Density Of State*) de chaque électrode selon la règle d'or de Fermi.



**Figure I.7** – Diagramme représentant l'effet tunnel entre deux métaux ferromagnétiques (indiciels 1 et 2), en considérant des bandes paraboliques dont le minimum est décalé en énergie (comme discuté dans la section 2.1 et selon le modèle de Jullière).

Grâce à cela, Jullière a défini deux conductances, l'une dans l'état parallèle (noté P) et l'autre dans l'état antiparallèle (noté AP) :

$$G_P \propto n_1^\uparrow n_2^\uparrow + n_1^\downarrow n_2^\downarrow \quad (\text{I.2})$$

$$G_{AP} \propto n_1^\uparrow n_2^\downarrow + n_1^\downarrow n_2^\uparrow \quad (\text{I.3})$$

7. Dans l'état parallèle les deux canaux sont *up* vers *up* et *down* vers *down*, puisque les populations *up* (resp. *down*) ont la même direction de spin dans les deux ferromagnétiques. Pour l'état antiparallèle, l'état majoritaire de l'un correspond au minoritaire de l'autre, donc les deux canaux sont *up* vers *down* et *down* vers *up*.

et une polarisation en spin, avec  $i$  le numéro de la couche :

$$P = \frac{n_i^\uparrow - n_i^\downarrow}{n_i^\uparrow + n_i^\downarrow} \quad (\text{I.4})$$

avec les DOS notées  $n_i^\sigma$ , où  $\sigma$  désigne l'orientation du spin *up* ou *down* et  $i$  l'électrode considérée (1 pour celle de gauche et 2 pour celle de droite). A partir de cela on définit un rapport de magnétoconductance tunnel (TMR) :

$$\text{TMR} = \frac{G_P - G_{AP}}{G_{AP}} = \frac{(n_1^\uparrow n_2^\uparrow + n_1^\downarrow n_2^\downarrow) - (n_1^\uparrow n_2^\downarrow + n_1^\downarrow n_2^\uparrow)}{n_1^\uparrow n_2^\downarrow + n_1^\downarrow n_2^\uparrow} \quad (\text{I.5})$$

Pour voir la puissance de cette approche pourtant très simple, on peut *jouer* avec ces formules. Par exemple, si l'on pose :

$$n_1^\downarrow = n_2^\downarrow = n \quad (\text{I.6})$$

$$n_1^\uparrow = n_2^\uparrow = 2n \quad (\text{I.7})$$

Cela donne une polarisation d'environ 33% (qui est en accord avec les résultats expérimentaux [8]). On calcule facilement que la conductance AP est plus faible que la P : on trouve un rapport 5/4 entre  $G_P$  et  $G_{AP}$  et une TMR de 25%.

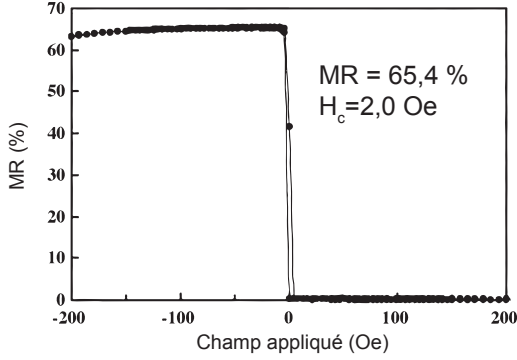
Jullière compara cette formule aux résultats expérimentaux de l'époque (à partir de la valeur des DOS mesurés par Tedrow et Meservy [12, 13]). Il obtiendra une TMR théorique de 26% qui surestime beaucoup les 14% mesurés. Cependant, n'oublions pas que le modèle ne prend pas en compte de nombreux phénomènes comme le *spin-flip*, le rôle des interfaces et surtout il ne prend pas en compte ni la structure de bande ni l'influence de la barrière tunnel sur le transport.

Ce modèle nous donne un aperçu de la physique liée à la TMR. Il existe d'autres modèles, comme celui proposé par Slonczewski [14] qui calcule la TMR en prenant en compte la hauteur de la barrière ou celui de Brinkman *et al* [15] permettant de traiter le transport des électrons lorsque la barrière est déformée.

### 2.3.2 Les jonctions tunnel magnétiques

La structure des jonctions tunnel magnétiques est très similaire à celle des vanes de spin. Elles sont aussi réalisées par dépôt de différentes couches puis généralement gravées en nano-pilier. Si l'on observe la courbe résistance en fonction du champ appliqué d'une jonction tunnel magnétique, il est difficile de les distinguer l'une de l'autre.

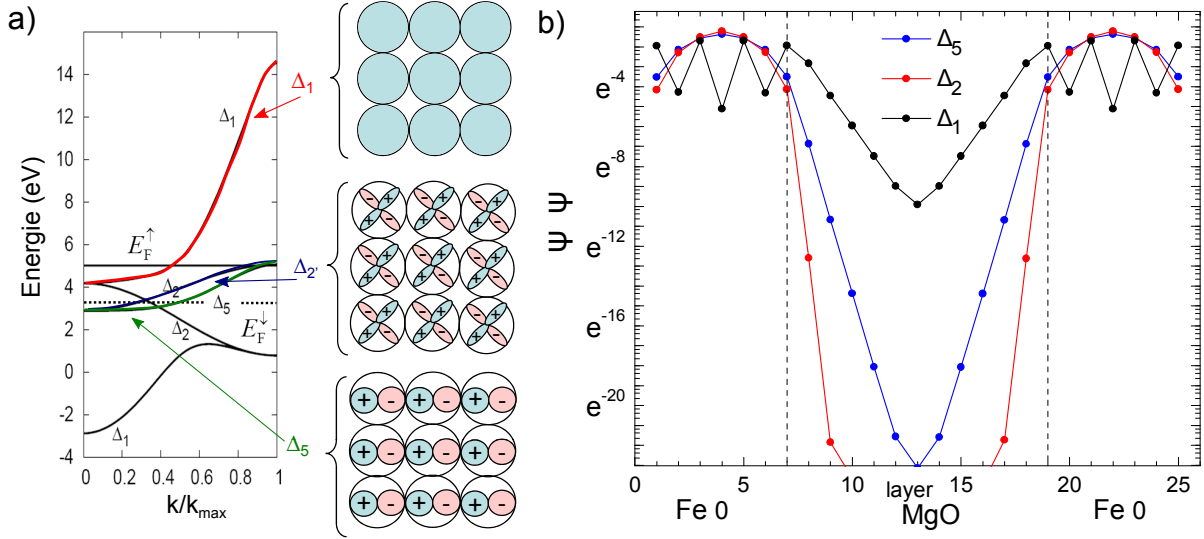
La grande différence est dans la valeur du rapport MR qui est souvent bien plus grand. En effet, au cours des années, le rapport de magnétorésistance observé dans les jonctions tunnel magnétique n'a pas cessé d'augmenter. La maîtrise des barrières d'alumine amorphe a permis d'atteindre des taux de magnétorésistance à l'ambiante de l'ordre de 60% (cf Figure I.8). Ensuite, un progrès considérable a été obtenu grâce à l'introduction de barrière tunnel à base de MgO.



**Figure I.8** – Extrait de [16]. Mesure d'une boucle d'hystérèse mineure pour une jonction tunnel magnétique. Réalisé sur un empilement de type  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Ru}/\text{CoFeB}/\text{Ta}/\text{CoFeB}/\text{Al}_2\text{O}_3/\text{CoFeB}/\text{Ru}/\text{CoFe}/\text{CrMnPt}$

presqu'entièrement dû à cette bande. Dans l'état antiparallèle, elle ne contribue plus au transport (à cause de la polarisation de 100%). Ce sont donc les fonctions d'onde  $\Delta'_2$  et  $\Delta_5$  qui contribuent à la conduction mais elles sont très atténuées dans la barrière tunnel. Le contraste entre la conduction dans l'état P et celle dans l'état AP est donc très grand, donnant lieu à un taux de magnétorésistance très élevé.

Les taux de magnétorésistance publiés ont rapidement atteint plusieurs centaines de pourcents. Ces taux record ont été compris sur le plan théorique [17] comme étant dû à une propriété spécifique des jonctions cristallines MgO : un filtrage des fonctions d'onde électroniques dépendant de leur symétrie. En effet, les fonctions d'onde de Bloch dans l'électrode ferromagnétique (Fe-001, Co-001 ou FeCo-001) peuvent être classées en fonction de leur symétrie (cf figure I.9). Or il s'avère que la fonction d'onde de Bloch  $\Delta_1$  est 100% polarisée au niveau de Fermi et qu'elle est nettement moins atténuée dans la barrière que les autres. De ce fait, le transport dans l'état parallèle est



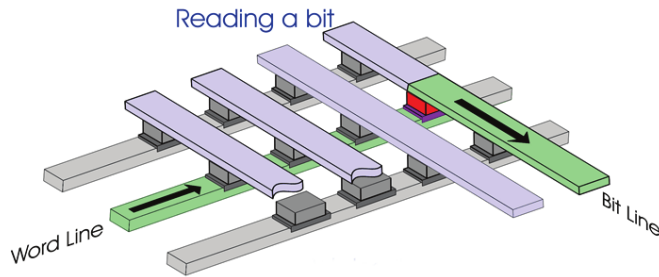
**Figure I.9** – Extrait de [17] et de [18]. a) Structure de bande du fer BCC selon la direction [001] le niveau de Fermi des électrons majoritaire (resp. minoritaire) est noté  $E_{f\downarrow}$  (resp.  $E_{f\uparrow}$ ). b) Amortissement des ondes de Bloch dans la barrière MgO selon leur symétrie (calculés dans la direction [001])

### 2.3.3 Perspective pour les jonctions magnétiques

La première grande application de ces découvertes a été portée par l'industrie du disque dur. En effet, le développement des jonctions magnétiques (GMR ou TMR) a permis une augmentation considérable de la capacité des disques durs. Aujourd'hui une deuxième application industrielle commence à émerger, la mémoire magnétique à accès aléatoire (MRAM).



Ces mémoires sont basées sur des jonctions magnétiques, la couche piégée sert toujours de référence, mais la couche libre<sup>8</sup> sert à stocker une information binaire (par exemple P pour « 0 » et AP pour « 1 »). En mettant des milliers de jonctions identiques sous forme de matrice, il est ensuite possible d'adresser une seule d'entre elles très rapidement et sans aucun déplacement mécanique, contrairement au disque dur. À terme, cela permettra peut-être de remplacer la mémoire vive des ordinateurs (qui ne sera alors plus volatile) ou même d'insérer de la mémoire directement dans le processeur.



**Figure I.10** — Schéma d'une mémoire MRAM. Les jonctions magnétiques sont disposées en matrice et connectées en ligne (*word line*) d'un côté et en colonne de l'autre (*bit line*). Cela permet de lire ou de changer l'état d'une seule jonction en minimisant le nombre de contacts.

8. Dans ce cas elle doit être « moins libre » pour que l'information ne soit pas perdue au moindre champ magnétique.



### 3 Dynamique de l'aimantation

Nous avons vu l'effet de l'aimantation sur un courant électrique : elle le polarise. Mais un effet réciproque existe : un courant polarisé peut influencer l'aimantation. C'est ce que l'on appelle le couple de transfert de spin (ou en anglais STT pour *spin transfer torque*). Avant d'aborder cela, nous devons revenir sur les mécanismes qui régissent la dynamique de l'aimantation. Puis on verra une des grandes applications du couple de transfert de spin : les oscillateurs.

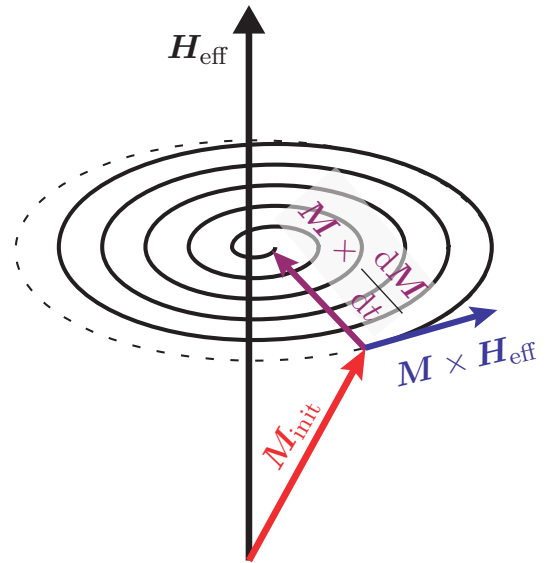
#### 3.1 Équation de la dynamique

Pour décrire la dynamique de l'aimantation, nous avons besoin d'une équation différentielle reliant (au moins) une dérivée temporelle de l'aimantation aux autres paramètres. Une équation a été introduite par Landau et Lifshitz puis elle a été modifiée par Gilbert. Le plus souvent elle est appelée LLG (pour Landau-Lifshitz-Gilbert). Cette équation décrit la dynamique d'un moment magnétique<sup>9</sup>  $\mathbf{M}$  et se présente sous la forme :

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma (\mathbf{M} \times \mu_0 \mathbf{H}_{\text{eff}}) + \frac{\alpha}{M_s} \left( \mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right) \quad (\text{I.8})$$

Le premier terme de droite est le terme de précession de Larmor. Il modélise le fait que si l'aimantation est déviée de sa position d'équilibre, elle va tourner autour de celle-ci, i.e. autour du champ effectif  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$ . Ce champ prend en compte tous les champs : le champ appliqué, mais aussi les champs d'anisotropie, de désaimantation, etc. Il dérive de l'énergie du système en fonction de l'aimantation :  $\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\partial E / \partial \mathbf{M}$ .  $\gamma$  est une constante fondamentale donnant la fréquence de rotation en fonction de l'amplitude du champ effectif, elle est appelée le rapport gyromagnétique.

Le deuxième terme, proposé par Gilbert, représente l'amortissement, il tend à ramener l'aimantation sur sa position d'équilibre. Il représente une perte d'énergie pour le système : aimantation + champ magnétique. Il est similaire à un terme de frottement fluide en mécanique. A chaque tour de l'aimantation, une partie de l'énergie est perdue dans le réseau cristallin.



**Figure I.11** — Diagramme représentant les différents couples s'appliquant sur l'aimantation lorsque celle-ci est éloignée de sa position d'équilibre. Les préfacteurs ne sont pas indiqués pour gagner en lisibilité. De plus la trajectoire de retour à l'équilibre s'inscrit sur une sphère à cause de la conservation de la norme, ce qui n'est pas représenté ici.

9. Nous verrons plus loin qu'il est possible de la généraliser à une population de moment magnétique.

Pour résumer, ces deux termes combinés font que si l'aimantation est écartée de sa position d'équilibre, elle va y revenir en parcourant une spirale inscrite sur une sphère.

Cependant, cette forme est la « deuxième version ». Originellement, Landau et Lifshitz l'ont présentée sous une autre forme :

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\frac{\gamma_0}{1+\alpha^2} (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}) - \frac{\gamma\alpha}{M_s(1+\alpha^2)} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}) \quad (\text{I.9})$$

Ces deux formes sont rigoureusement équivalentes. Bien que cette formulation soit moins utilisée, elle a l'avantage d'avoir un terme d'amortissement formellement similaire au couple de transfert de spin que l'on verra par la suite.

Cette théorie repose principalement sur deux hypothèses majeures. La première est que l'on considère que la norme de l'aimantation est conservée (ce qui n'est pas forcément le cas, si, par exemple, le champ magnétique effectif est trop fort). On peut facilement le retrouver en prenant le produit scalaire de l'équation I.8 et de  $\mathbf{M}$ . On trouve aisément que  $\mathbf{M} \cdot d\mathbf{M}/dt = 0$  et si on l'intègre, on obtient que  $\mathbf{M}^2$  est une constante. La deuxième suppose qu'il n'y a aucune fluctuation liée au bain thermique. En effet, cette équation ne respecte pas la théorie de fluctuation-dissipation, car il n'y a que le terme de dissipation, mais pas de fluctuation. Brown *et al* [19] proposa d'ajouter un champ magnétique fluctuant au terme de Larmor. Ce champ stochastique représente entre autre la fluctuation des autres moments magnétiques entourant celui considéré.

### 3.2 Le couple de transfert de spin

Nous avons vu que lorsqu'un courant non polarisé traverse un matériau ferromagnétique, il ressort polarisé. Dit autrement, le moment des électrons a été modifié par l'aimantation locale. Or l'un des principes fondamentaux de la physique est la conservation du moment cinétique (et donc du moment magnétique). Donc si le moment magnétique des électrons a été modifié, il y a dû avoir un transfert de moment. En fait, le transfert s'effectue entre les électrons itinérants et les électrons localisés, toujours grâce à l'hybridation entre les couches s et d. C'est tout simplement le phénomène réciproque de la polarisation en spin du courant. Pour rendre compte de l'évolution de l'aimantation due au courant polarisé, deux termes doivent être ajoutés à l'équation de la dynamique :

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma (\mathbf{M} \times \mu_0 \mathbf{H}_{\text{eff}}) + \frac{\alpha}{M_s} \left( \mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right) + \frac{\gamma a_j}{M_s} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{p}) + \gamma b_j \mathbf{M} \times \mathbf{p} \quad (\text{I.10})$$

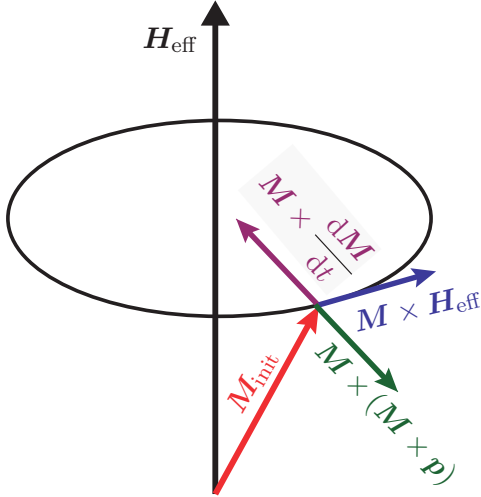
avec  $\mathbf{p}$  la direction de la polarisation du courant,  $a_j$  et  $b_j$  des coefficients phénoménologiques proportionnels au courant. Cette équation est appelée LLGS, le S venant de Slonczewski qui a été le premier à intégrer le SST à la dynamique de l'aimantation [20].

Commençons par le terme  $\gamma b_j \mathbf{M} \times \mathbf{p}$ . On l'appelle le *field-like torque*, car il a la même symétrie que le terme processional. Dans la plupart des cas, il est traité comme un champ et inclus dans le vecteur  $\mu_0 \mathbf{H}_{\text{eff}}$ .

Le terme  $\frac{\gamma a_j}{M_s} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{p})$  par contre a une influence plus directe sur la dynamique. Il peut agir, selon le signe du courant, comme un « sur-amortissement » ou un « anti

amortissement ». En effet, il a la même forme que le terme d'amortissement de Landau et Lifshitz.

Si les deux termes  $\frac{\alpha}{M_s} \left( \mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right)$  et  $\frac{\gamma_{aj}}{M_s} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{p})$  sont égaux et de signes opposés il ne reste plus que le terme précession : l'aimantation tourne autour de sa position d'équilibre indéfiniment. C'est la base des oscillateurs à transfert de spin.



**Figure I.12** — Similaire à la figure I.11, mais avec le couple de transfert de spin en plus, présenté ici, comme un anti-amortissement.

Jusqu'à présent je n'ai considéré que la dynamique d'un seul moment magnétique. Or, dans un métal ferromagnétique, il faut prendre en compte un nombre considérable de moments (dans un cas simple, il y en a autant que d'atomes).

Naïvement, on pourrait croire qu'il suffit de faire un système d'équations comportant une équation différentielle par moment. Cependant, comme il est impossible de résoudre un tel système pour un si grand nombre de variables, plusieurs approches ont été élaborées pour contourner le problème.

Une des solutions consiste à passer d'une représentation discrète (comme traité jusqu'à présent) à une représentation continue. On considère alors une densité de moment par volume élémentaire. C'est ce que l'on appelle l'approche micromagnétique. Le plus souvent, le problème est ensuite découpé en mailles élémentaires contenant une certaine

certaine quantité de moments magnétiques dont la dynamique est résolue grâce à un ordinateur (par éléments ou différences finis).

On peut aussi considérer que des ondes magnétiques se propagent : un moment est décalé de sa position d'équilibre et à cause du couplage entre les moments, il provoque le décalage de son/ses plus proche(s) voisin(s) et revient à l'équilibre. Le décalage se propage de proche en proche, c'est ce que l'on appelle une onde de spin.

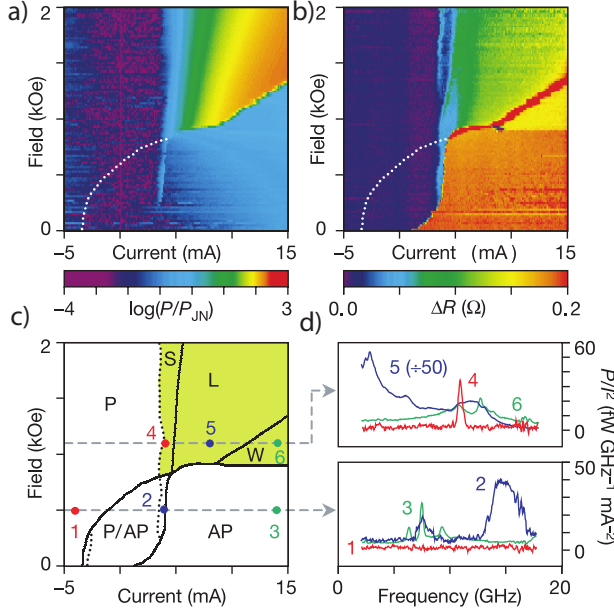
Une autre approche est possible lorsque l'on considère un système suffisamment petit pour que tous les moments se comportent comme un seul « macro moment ». C'est ce que l'on appelle l'approche macrospin. Dans ce cas, on utilise LLGS pour décrire la dynamique de l'aimantation globale. C'est une approche souvent utilisée pour décrire les oscillateurs à transfert de spin lorsque les couches magnétiques restent uniformes. C'est l'objet de la prochaine section.

Enfin, une autre méthode, que j'utiliserai au cours de cette thèse, est de considérer des configurations magnétiques spécifiques (comme un vortex ou une paroi magnétique) comme un objet solide (ou semi-solide) et de décrire la dynamique de cet objet en tant que tel. Je reviendrai sur cette approche dans la section 4.2.

### 3.3 Oscillateurs macrospin

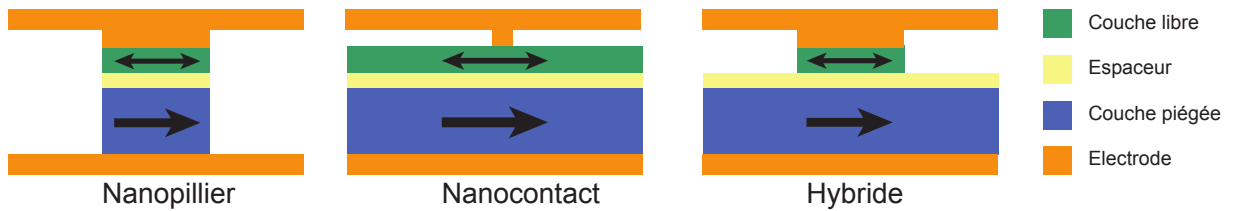
Les oscillateurs à transfert de spin utilisent à la fois la magnétorésistance (GMR ou TMR) et le couple de transfert de spin. Le principe est que la couche piégée polarise le

courant qui excite l'aimantation de la couche libre. Une oscillation entretenue de l'aimantation apparaît dans la couche libre. Comme l'angle entre les aimantations des deux couches varie périodiquement, cela provoque une variation périodique de la résistance (et donc de la tension, car le courant est constant). Donc en appliquant un courant continu, on génère une tension alternative.



**Figure I.13** – Adapté de [21]. Première mesure d'un signal RF émis par un oscillateur macrospin. Toute la région jaune de la figure c) correspond à une puissance spectrale non nulle. a) Puissance spectrale intégrée représentée en carte couleur en fonction du courant dc,  $I$ , et du champ,  $H$ . b) Résistance différentielle (par rapport à l'état P) représentée en carte couleur. Pour a) et b) le courant est balayé des valeurs négatives aux positives c) Diagramme de stabilité extrait de a) et b) avec différentes zones : P pour parallèle, AP pour antiparallèle, P/AP bistabilité parallèle/antiparallèle, S pour régime de faible amplitude, L pour régime de large amplitude et W pour un état avec une résistance moyenne et un faible signal. Les points de couleur numérotés correspondent aux spectres montrés en d).

Usuellement, ces oscillateurs sont appelés STO pour *Spin Torque Oscillator*, cependant techniquement parlant, les oscillateurs à vortex sont aussi des STO. Donc pour éviter toute confusion, dans ce mémoire, j'appellerai ce type d'oscillateurs des **oscillateurs macrospin** ou **STO macrospin**. Car en première approximation, la couche libre oscille uniformément comme s'il s'agissait d'un seul moment.



**Figure I.14** – Représentation schématique des 3 géométries usuelles pour les oscillateurs : nanopilier, nanocontact et hybride

Tsoi *et al*, en 1998, [22] sont les premiers à montrer une preuve de concept de ces oscillateurs, grâce à une mesure de résistance différentielle :  $dV/dI$ . Plus tard, en 2003, Kiselev *et al* [21] ont réussi à mesurer un spectre (cf. figure I.13) et à établir un diagramme de phase. Depuis, le sujet a pris beaucoup d'importance dans la communauté à cause des potentielles applications en télécommunications. En effet, ces oscillateurs ont l'avantage d'être facilement accordables<sup>10</sup> avec le courant sur des plages allant de 2 GHz à 10 GHz. Ce qui permet par exemple de couvrir plusieurs bandes fréquentielles de téléphonie mobile

10. c'est-à-dire que l'on peut changer leur fréquence en changeant l'intensité du courant.

avec un seul composant. De plus, ils sont facilement miniaturisables et intégrables dans une technologie CMOS. Cependant, leur grand défaut est leur largeur de raie qui est de l'ordre de 20 MHz, ce qui est incompatible avec une application industrielle. Pour améliorer cela, des expériences de synchronisation (avec une source extérieure ou entre deux oscillateurs) ont été développées. Ce sera l'objet du chapitre III.

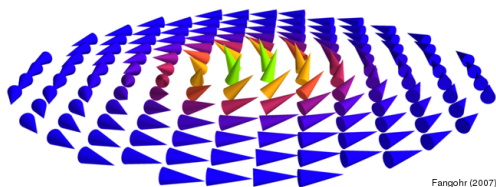
Il y a principalement deux géométries d'oscillateur macrospin, les **nanopiliers** où les couches magnétiques sont déposées puis gravées en cylindre de base circulaire ou elliptique et les **nanocontacts** où les couches sont laissées en pleine plaque, mais les contacts sont ponctuels et guident les lignes de courant. Il existe aussi une configuration hybride où seulement une couche fonctionnelle est gravée (la couche libre ou la couche piégée).

## 4 Les vortex magnétiques

Jusqu'à présent, dans tous les systèmes que j'ai décrit, l'aimantation était uniforme dans les couches magnétiques. Durant cette thèse, je me suis intéressé à une autre configuration de l'aimantation, le vortex magnétique, et aux oscillateurs à transfert de spin basés sur le mouvement périodique d'un vortex.

Un vortex magnétique est une configuration micromagnétique où l'aimantation possède une symétrie radiale et tourne autour d'un point que l'on appelle le cœur (cf. figure I.15). L'aimantation reste principalement dans le plan des couches sauf à proximité du cœur où elle sort progressivement hors du plan tout en tournant de façon à ce que l'aimantation au centre du cœur soit complètement perpendiculaire au plan.

Cette configuration magnétique peut être celle de plus basse énergie dans certains systèmes. Typiquement, c'est le cas dans un disque cylindrique suffisamment épais et pas trop large [23].



**Figure I.15** – Extrait du site de Hans Fangohr. Aimantation d'un disque de Nickel de 100 nm de diamètre et 20 nm de hauteur <sup>11</sup>.

Le vortex est stable dans cette géométrie, car cela permet au champ de fuite de re-boucler sur lui-même aux bords du disque. Il n'y a plus qu'au centre, où l'aimantation est hors du plan, qu'il y a un champ de fuite.

De plus un vortex peut être nucléé dans une couche magnétique (infinie ou non) par le champ d'Ampère, lui aussi de symétrie radiale, généré par un courant électrique transverse. Nous reviendrons sur ce point dans le chapitre II.

Un vortex est décrit par 3 nombres (cf. figure I.16) :

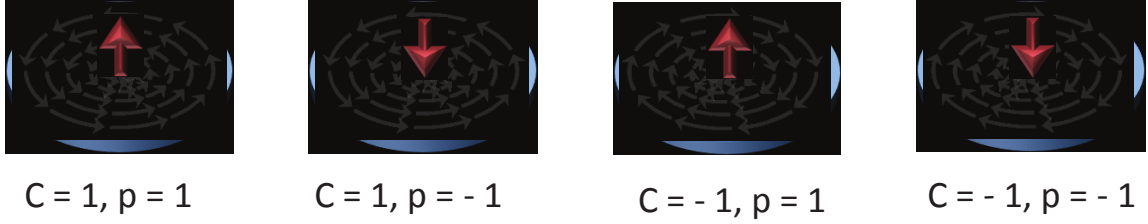
- La chiralité  $C$ , égale à 1 ou -1, qui exprime dans quel sens tourne l'aimantation (dans le sens trigonométrique ou non).
- La polarité,  $p$ , égale à 1 ou -1, qui décrit dans quelle direction pointe le cœur (vers le haut ou vers le bas de la couche).
- La vorticité,  $q$ , un nombre entier relatif, qui décrit combien de tours effectue l'angle qui décrit l'aimantation dans le plan lorsque l'on parcourt une boucle fermée autour du cœur. Ici, je ne considérerai que les vortex *simples*, c'est à dire de vorticité  $q = 1$ . Je ne considérerai pas non plus les anti-vortex, avec  $q = -1$  où l'aimantation pointe vers l'extérieur du cœur.

### 4.1 Dynamique d'un vortex magnétique

Les vortex magnétiques ne sont pas des objets « solides », ils sont constitués d'une multitude de moments magnétiques organisés d'une certaine façon ; donc au premier abord, pour connaître leur dynamique, il faut prendre l'équation LLG régissant le mouvement d'un seul moment, et la résoudre pour tous. Ce qui est difficile, car ils sont interdépendants et très nombreux.

<sup>11</sup>. Image tirée du site web de Hans Fangohr :

<http://www.southampton.ac.uk/~fangohr/gallery/gallery.html>.



**Figure I.16** – Extrait de [24] - Les quatre différents types de vortex en fonction de la chiralité et de la polarité.

Cependant, lorsqu'un événement extérieur vient influencer cette organisation il se peut qu'elle soit juste translatée. Par exemple, le cœur n'est plus au même endroit, mais par rapport à celui-ci les moments sont organisés de la même façon. Dans ce cas, on peut alors considérer la dynamique de l'organisation vue comme un tout ; tout se *passé comme si* le vortex était effectivement un objet solide. Cela permet de simplifier le nombre de variables à prendre en compte, car au lieu d'avoir 2 variables par moment magnétique<sup>12</sup>, on peut se limiter à un petit nombre de variables et de paramètres décrivant l'organisation des moments magnétiques et leur dynamique. De plus comme les couches magnétiques considérées ici sont fines, je vais admettre que la configuration magnétique est invariante dans l'épaisseur.

C'est sur cette idée qu'est basée l'équation introduite par Thiele [26]. Son modèle considère une organisation micromagnétique indéformable, c'est-à-dire que l'orientation des moments les uns par rapport aux autres ne change pas. Dans ce cas, on peut la décrire juste par la position de son cœur,  $\mathbf{X}$ , dans le plan avec :

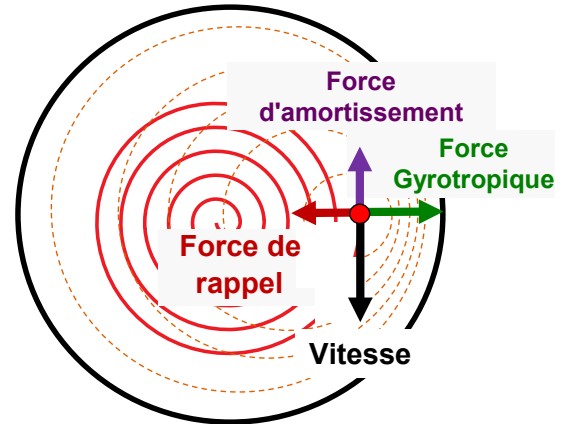
$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

et quelques paramètres. Thiele intègre ensuite l'équation LLG sur l'ensemble des moments et calcule la contribution énergétique de chaque terme. Enfin, il l'exprime en terme de force comme l'équation de la dynamique de Newton.

A cette époque, Thiele n'a pas développé cette démarche spécialement pour les vortex, mais pour n'importe quelle configuration micromagnétique. Cependant, nous ne verrons ici que le cas appliqué au vortex. Cette équation se présente sous la forme :

$$\mathbf{G} \times \dot{\mathbf{X}} - \frac{\partial W}{\partial \mathbf{X}} - \eta \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}_{\text{ext}} \quad (\text{I.11})$$

$\mathbf{X}$  est la position du cœur du vortex, et  $\dot{\mathbf{X}}$  sa dérivée par rapport au temps. Dans le membre de gauche  $\mathbf{G} \times \dot{\mathbf{X}}$  correspond à la force gyrotropique, elle contraint le vortex à parcourir une trajectoire circulaire. Elle est comparable à l'effet d'un champ magnétique sur une



**Figure I.17** – Inspiré de [25]. Diagramme des différentes forces mises en jeu dans l'équation de la dynamique des vortex.

<sup>12</sup>. Ici, je considère que la norme des moments magnétiques est conservée, ce qui limite à deux degrés de liberté sur les trois possibles.



particule chargé ou à la force dérivant de l'effet de Magnus en mécanique des fluides. Le deuxième terme :  $\partial W / \partial \mathbf{X}$  représente l'effet du potentiel dans lequel se trouve le vortex, c'est la force de rappel (*restoring force*). Elle agit de façon à faire revenir le vortex à sa position d'équilibre.  $W(\mathbf{X})$  est l'énergie magnétique totale de la couche où se trouve le vortex en fonction de la position de son cœur. Le dernier terme du membre de gauche,  $\eta \dot{\mathbf{X}}$ , est l'amortissement. Normalement  $\eta$  est un tenseur, mais bien souvent on considère l'amortissement isotrope et  $\eta$  un scalaire.

Si le vortex est décalé de sa position d'équilibre, la force gyrotropique combinée à la force de rappel lui impose de parcourir une trajectoire circulaire autour de cette position. Cependant, la force d'amortissement tend à ralentir son cœur ; or plus il ralentit, moins la force gyrotropique est grande (elle est proportionnelle à la vitesse) alors qu'en première approximation la force de rappel est proportionnelle au rayon de giration (et reste donc inchangée lors du ralentissement du cœur). La force de rappel devient alors plus importante que la force gyrotropique et le vortex se rapproche de sa position d'équilibre jusqu'à ce qu'il y ait de nouveau un équilibre entre les deux forces. Il en résulte que le vortex revient à sa position d'équilibre en parcourant une spirale.

Enfin, le terme  $\mathbf{F}_{\text{ext}}$  représente toutes les forces extérieures que l'on n'a pas prises en compte dans le calcul du membre de gauche. Dans les forces possibles, il y a par exemple le STT ou le champ magnétique appliqué. Nous reviendrons sur ce point dans la section suivante. De même, je présenterai plus en détail les différents coefficients dans le chapitre III partie 5 (page 71).

Enfin, il peut être nécessaire de garder dans l'équation différentielle des termes d'ordre supérieur qui ne sont pas montrés ici. Par exemple, un terme d'inertie en  $\ddot{\mathbf{X}}$  qui est dû aux faibles déformations du vortex [27], comme on le verra au chapitre III ou un terme gyrotropique d'ordre supérieur en  $\mathbf{G}_3 \times \ddot{\mathbf{X}}$  [28, 29].

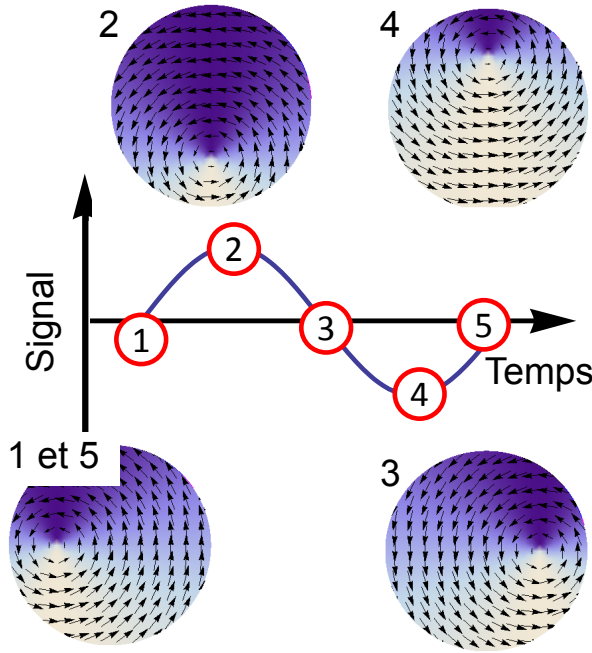
## 4.2 Les premiers oscillateurs à vortex

### 4.2.1 Le concept

Comme, nous venons de le voir, si un vortex magnétique est décalé de sa position d'équilibre, il y revient en parcourant une spirale. Si une force extérieure vient compenser l'amortissement, il peut alors tourner indéfiniment autour de cette position. Les oscillateurs à vortex sont basés sur ce phénomène. Comme dans le cas des oscillateurs macrospin, le STT compense l'amortissement et un régime permanent s'établit. Grâce à la magnétorésistance, un signal radio-fréquence est généré par le système.

Pour mieux comprendre, considérons une structure composée d'une couche piégée uniforme et d'une couche libre contenant un vortex. Si le cœur du vortex coïncide avec le centre du pilier (ou du nano-contact), il y a la moitié des moments qui sont parallèle à l'aimantation du polariseur (représentés en blanc sur la figure I.18) et dont la résistance est faible et l'autre moitié qui sont antiparallèles (en bleu) et dont la résistance est grande. La résistance du système est donc égale à  $(R_{AP} + R_P)/2$ . Maintenant, si le vortex tourne autour du centre du pilier, l'aimantation est alternativement majoritairement parallèles et majoritairement antiparallèle. On peut décomposer le mouvement du vortex en 4 étapes que l'on retrouve sur la figure I.18 :



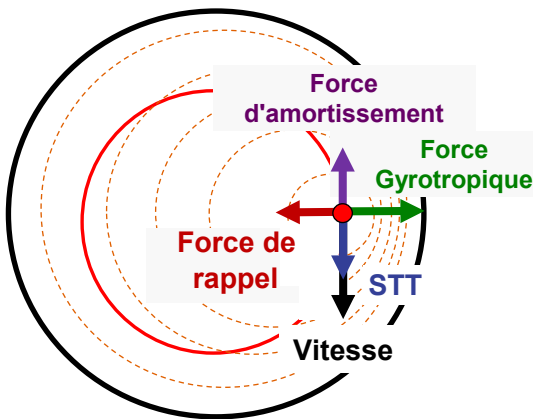


**Figure I.18** – Schéma représentant les différentes phases de la trajectoire du vortex.

1. Prenons comme point de départ quand le cœur est sur le côté, il y a environ autant de moments P et AP par rapport à l'aimantation de la couche piégée. La résistance est moyenne.
2. Le vortex suit une trajectoire circulaire, il tourne et arrive en haut, il y a plus d'AP que de P la résistance est plus forte.
3. Il continue et arrive de l'autre côté : on est dans la même situation qu'au début, la résistance est de nouveau moyenne.
4. Ensuite le cœur se retrouve en haut et la résistance est faible.
5. Enfin, il revient à son premier état. Il a fait un tour complet.

On a bien un mouvement périodique, qui implique une variation périodique de la résistance. Nous verrons dans le chapitre II, comment nous pouvons mesurer un tel signal grâce à un analyseur de spectre.

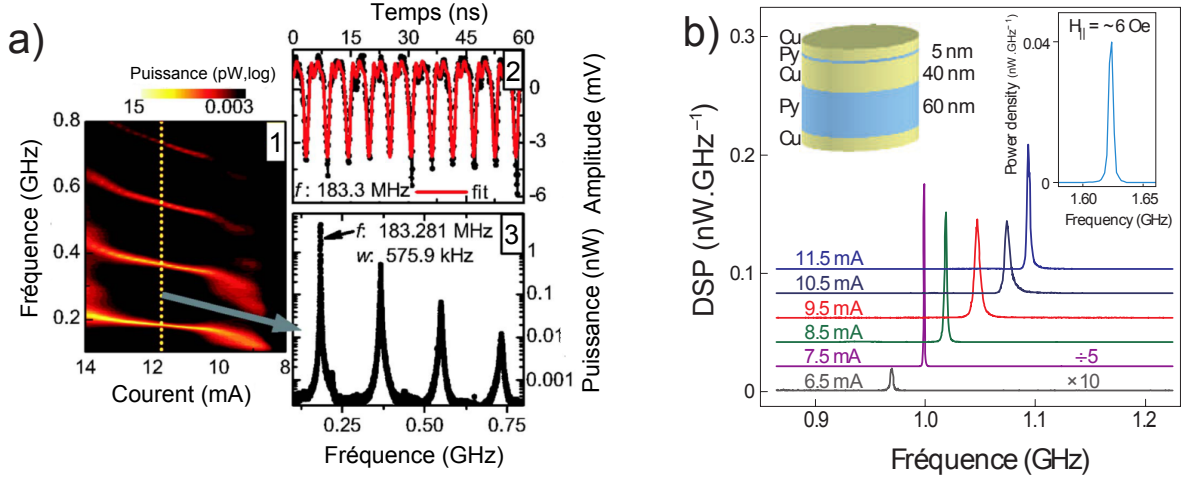
#### 4.2.2 Les premiers oscillateurs à vortex



**Figure I.19** – Inspiré de [25]. Figure similaire à la figure I.17, sauf qu'ici la force de STT compense l'amortissement, et le cœur du vortex parcourt un cercle.

En 2007, Ivanov *et al* [30] démontrent théoriquement la possibilité d'exciter un vortex magnétique avec un courant polarisé en spin dans des jonctions magnétiques. La condition qu'ils posent, en considérant le polariseur uniforme, est qu'il ait une composante hors du plan. En effet, son aimantation ne peut pas être complètement perpendiculaire au plan des couches, car dans ce cas, il n'y a plus de MR. Mais si elle est uniforme et dans le plan, la composante résultante du STT est nulle. Généralement, pour obtenir cette configuration on applique un champ magnétique hors du plan. Les premières mesures sont réalisées la même année, en parallèle, par Pufall *et al* [31] dans des nanocontacts et Pribyl *et al* [32] dans des nanopiliers.

Le principal avantage de ces oscillateurs par rapport au STO macrospin est leur pureté spectrale. Leur largeur de raie est de l'ordre du MHz, voire de la centaine de kHz. Cela vient du fait que les moments magnétiques sont fortement couplés et forment un état vortex relativement rigide. De plus, la fréquence varie peu avec le courant ce qui le rend moins sensible aux fluctuations d'amplitude [33]. Enfin, le plus souvent, la couche où se trouve le vortex est plus épaisse, or l'augmentation du volume magnétique implique une diminution du bruit dû aux fluctuations par effet de moyenne. Cependant, les fréquences observées sont beaucoup plus basses : de l'ordre de quelques centaines de MHz.



**Figure I.20** – a) Adapté de [31]. Représentation spectrale et temporelle du signal. Mesure faite avec un champ perpendiculaire de 2.5 mT (1) Carte couleur de spectre en fonction du courant DC. (2 et 3) Trace temporelle et spectre correspondant à une polarisation de 11,75 mA. b) Adapté de [32]. Spectres mesurés par Pribiag *et al* sur un oscillateur à vortex nanopilier en fonction du courant de polarisation avec un champ perpendiculaire de 540 Oe. En inset, le schéma du nanopilier et une mesure spectrale réalisée avec un champ perpendiculaire nul et un champ planaire de 6 Oe.

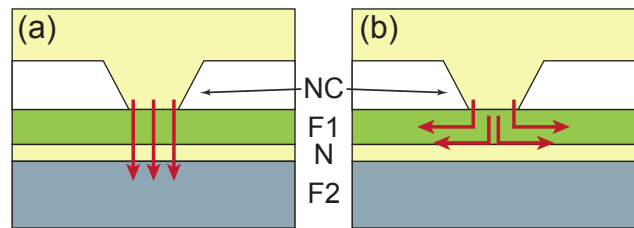
Dans leur étude expérimentale sur les oscillateurs à vortex, Pufall *et al* en 2007 relatent l'observation d'un mode d'excitation magnétique à basse fréquence (environ 200 MHz) dans des vannes de spin nanocontact d'empilement :  $\text{Co}_{90}\text{Fe}_{10}$  (20 nm)/Cu (4 nm)/ $\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$  (5 nm). Les auteurs font une étude complète de l'évolution du signal (fréquence et puissance) en fonction du courant de polarisation et du champ appliqué, dans le plan et hors du plan. Ils observent que la fréquence et amplitude varient quasi linéairement avec le courant et très peu avec le champ. De plus ils observent une hystérèse en courant, c'est-à-dire que le courant de « démarrage » du signal est supérieur à celui « d'arrêt ». Je reviendrai plus longuement sur ce phénomène dans la section 3.4 du chapitre II (page 45). Dans cet article, les auteurs évoquent la possibilité de la présence d'un vortex dans la couche libre et peut être même dans la couche piégée, tous deux nucléés par le champ d'Ampère. Cependant, ils ne peuvent en apporter la preuve. L'année suivante, Mistral *et al* [34] réalisent une expérience similaire et prouvent grâce à des simulations micromagnétiques l'existence d'un vortex.

En parallèle des mesure de Pufall *et al*, l'article de Pribiag *et al* (en 2007 aussi) [32] présente des mesures spectrales d'un oscillateur à vortex dans un nanopilier. Dans leur système, la couche où se trouve le vortex est très épaisse (60 nm). Eux aussi étudient l'évolution de la signature spectrale en fonction du courant et du champ magnétique. Grâce

à des simulations micromagnétiques, ils montrent que le vortex est la configuration magnétique d'équilibre dans la couche épaisse et qu'il se met à osciller sous l'influence du STT.

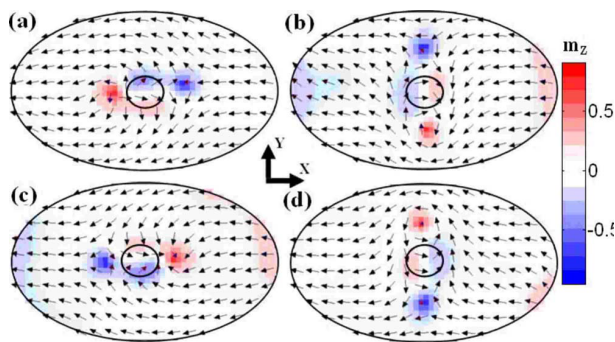
Dans ces deux articles, l'oscillation du vortex est observable même lorsque le champ perpendiculaire est nul. D'autres mesures réalisées par Van Kampen *et al* [35] confirmeront cette observation. On pourrait croire que ces résultats vont à l'encontre de la théorie développée par Ivanov *et al* [30]. Cependant, dans toutes ses mesures, il y a une preuve ou une forte suspicion d'une configuration non uniforme de la couche polarisante, ce qui n'est pas prévu par la théorie de Ivanov *et al*. L'explication viendra plus tard avec un article de Khvalkovskiy *et al* [36] où les auteurs montrent que si le polariseur a une aimantation planaire mais non uniforme, il est possible d'exciter le mode gyrotropique d'un vortex dans un nanopilier. Nous reviendrons sur ce point dans le chapitre II.

Une étude similaire a été menée par Kim *et al* [37] pour les structures nanocontact. Cette étude montre que, si le polariseur est uniforme, le mode gyrotropique entretenu est dû au courant traversant les couche magnétique parallèlement (CIP) à celle-ci et non par le courant les traversant perpendiculairement (CPP). Phénomène qui n'existe pas dans les nanopiliers (cf. figure I.21).



**Figure I.21** – Extrait de [37]. On peut séparer le courant traversant l'échantillon en deux composantes; a) le courant CPP qui le traverse perpendiculairement au plan des couche et (b) le courant CIP qui le traverse parallèlement.

En vue d'augmenter la puissance d'émission des oscillateurs à vortex, des structures basées sur des jonctions tunnel ont été testées. Comme on l'a vu, les taux de magnéto-résistance tunnel sont bien plus grands que celui des structure GMR. En 2010, Dussaux *et al* [25] obtiennent une puissance intégrée d'environ 5 nW avec une structure basée sur une barrière MgO. Cette puissance est bien plus grande que toutes celles obtenues jusqu'alors. Pour comparaison les puissance obtenues par Pufall *et al* [31] et Pribiag *et al* [32] étaient de l'ordre du pW.

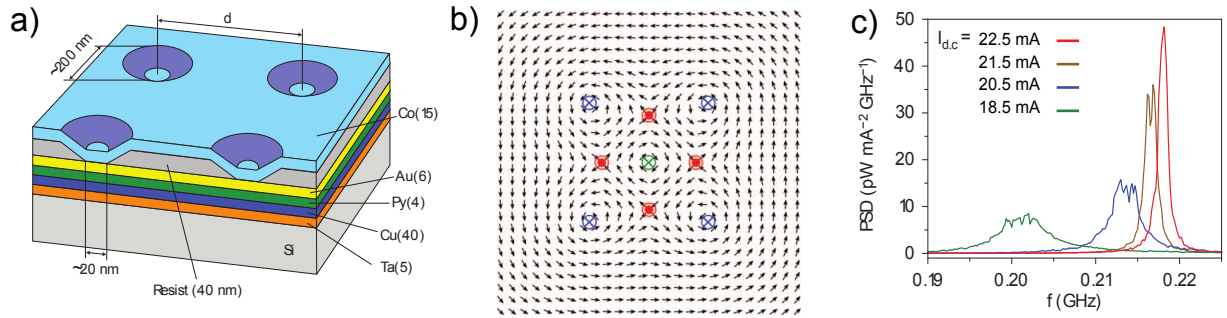


**Figure I.22** – Extrait de [38]. Simulation micromagnétique de leur système. Le cercle central correspond à l'ouverture entre le polariseur et la couche libre. Le point rouge correspond au cœur de l'anti-vortex et le bleu à celui du vortex. Les quatre figures correspondent à quatre étapes d'un cycle.

Entre 2007 et 2010, d'autres systèmes proches des oscillateurs à vortex présentés jusqu'à présent sont aussi étudiés. Par exemple celui proposé par Finocchio *et al* en 2008 [38]. Leur système est à mi-chemin entre le nanocontact et le nanopilier. Il est basé sur une vanne de spin nanopilier elliptique de  $150 \times 250 \text{ nm}^2$  dont l'espaceur est réduit à une ouverture de seulement quelques dizaines de nm de diamètre. Dit autrement l'espaceur n'est plus juste un métal normal, mais un isolant (trop épais pour permettre l'effet tunnel) percé par un pont métallique. Les lignes de courant se confinent toutes pour passer par ce pont. Ils montrent que leur système émet un signal spectral sub-

GHz sans appliquer de champ. Ils l'expliquent grâce à des simulations micromagnétiques qui montrent la présence d'un couple vortex anti-vortex en rotation autour de l'ouverture. Cette configuration permet d'avoir un compromis entre le champ d'Ampère qui a une symétrie radiale et le champ de couplage magnétique imposé par le polariseur qui tend à rendre la couche libre uniforme.

Un autre exemple de dispositif combinant vortex et anti-vortex est celui de Ruotolo *et al* [39]. Leur système est constitué de 4 nanocontacts disposés en carré sur un même empilement de couche. Les mesures spectrales montrent qu'à partir d'un certain courant de polarisation, les quatre vortex se couplent par l'intermédiaire de 4 antivortex et d'un vortex de polarité opposée. Ce couplage fait que les quatre oscillateurs oscillent à l'unisson et la signature spectrale se transforme, passant de quatre petits pics larges à un pic grand pic fin. Cette expérience est une sorte de synchronisation médiée par un couplage magnétique. On reviendra sur le phénomène de synchronisation dans le chapitre III.



**Figure I.23** – Adapté de [39]. a) Schéma du dispositif de Ruotolo *et al*. Les 4 nanocontacts sont disposés aux quatre coins d'un carré. b) Résultat de la simulation micromagnétique. Les cercles bleus correspondent aux cœurs des 4 vortex correspondant aux nanocontacts. Les cercles rouges correspondent aux cœurs des antivortex et le vert à celui du vortex couplant les 4 premiers vortex. c) Evolution de la signature spectrale du système. On remarque que pour un faible courant il y a 4 pics. En augmentant le courant, les pics fusionnent en deux puis en un seul.

Ensuite de nombreuses expériences ont été faites dans le but principal d'augmenter la puissance d'émission ou de réduire la largeur de raie. On peut, par exemple, citer le travail de Locatelli *et al* [40] dans lequel le polariseur et l'analyseur ont une configuration vortex. Grâce à un couplage entre les deux, la largeur de raie diminue (ils observent 46 kHz). De plus l'oscillateur est opérationnel même à champ nul.

## 5 Conclusion

Ce bref tour d'horizon, nous a montré à quel point la spintronique est riche en phénomènes physiques et les applications potentielles nombreuses. Ici, je n'ai présenté que des travaux antérieurs au début de ma thèse. Evidemment les recherches ne se sont pas arrêtées là. Au fil des chapitres, je continuerai de faire appel à divers travaux, que ce soit pour donner un contexte à mon travail, ou pour aider à comprendre un phénomène.



---

## CHAPITRE II

---

### DESCRIPTION DU SYSTÈME ÉTUDIÉ



*Dans ce chapitre nous allons aborder...*

Dans ce chapitre, je vais présenter les échantillons que j'ai étudiés pendant ma thèse. Je commencerai par brièvement décrire comment ils sont fabriqués. Puis je présenterai le banc expérimental qui m'a permis de faire les différentes mesures présentées dans ce manuscrit.

Dans un deuxième temps, je présente les premières mesures de caractérisation que j'ai réalisées sur ces échantillons en statique et en dynamique. Ce qui me permettra, après analyse, de conclure que ce sont des oscillateurs à vortex.

Enfin, j'étudie la relation entre la fréquence naturelle et l'amplitude du signal en fonction du courant de polarisation, relation qui nous servira par la suite.



## 1 Caractéristique de l'échantillon

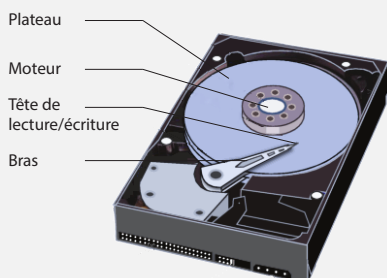
Nos échantillons sont similaires aux jonctions tunnel magnétiques classiques décrites au chapitre I. Elles sont réalisées par un de nos partenaires industriels en suivant un procédé développé pour réaliser des têtes de lecture de disques durs. Ce procédé, relativement classique en micro fabrication, consiste à déposer l'empilement de couches, métalliques ou isolantes, que l'on souhaite puis à graver des nanopiliers cylindriques. Ces piliers sont ensuite reliés à des pistes de connexion (appelées *pads*) qui permettent le contact avec une sonde électrique.

Comme expliqué au chapitre précédent, ces échantillons peuvent être décrits en terme de trois couches fonctionnelles (chaque couche fonctionnelle pouvant être constituée de plusieurs couches réelles), deux couches métalliques magnétiques (couche piégée et couche libre) séparées par une couche isolante non magnétique (barrière). Cependant, à la différence des jonctions tunnel classiques, ici la barrière n'est plus complètement isolante, mais parsemée de ponts conducteurs appelés *pinhole*.

L'introduction de *pinholes* est liée à la volonté d'augmenter toujours plus la capacité des disques durs. En effet, si l'on veut qu'un disque dur contienne plus d'informations au centimètre carré il faut réduire la taille occupée par chaque bit d'information. Pour que la lecture reste pertinente la tête doit, elle aussi, être miniaturisée et être de la même taille que celle d'un bit élémentaire (surface du média correspondant à un 1 ou à un 0) sinon, elle en mesure plusieurs en même temps.



### Remarque : Le disque dur en bref



**Figure II.1** — Schéma d'un disque dur.

Les disques durs sont constitués de disques circulaires en plastique (appelé plateau) sur lesquels sont déposés de petits agrégats magnétiques. Sur ce plateau on définit virtuellement des « cases », dans lequel il y a de nombreux agrégats magnétiques, qui correspondront à un bit d'information. En fonction de l'orientation magnétique des agrégats constituant un bit, ils représenteront un *zéro* ou un *un*. Pour lire cette information, une tête de lecture supportée par un bras mécanique vient survoler le disque pendant que celui tourne. La tête de lecture est constituée d'un capteur magnétique (aujourd'hui ce sont des jonctions TMR) dont la résistance électrique change en fonction de l'état du bit élémentaire qu'elle survole (*zéro* ou *un*). En combinant la position du bras et la vitesse de rotation du disque, l'électronique transforme le signal issu de la tête de lecture en série d'information binaire.

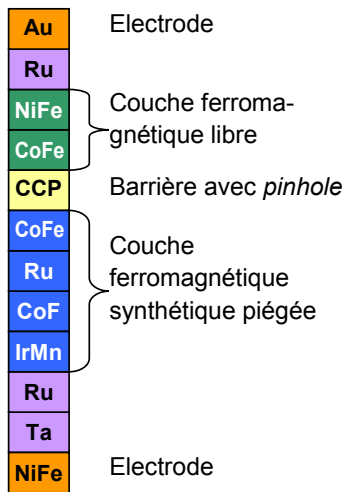
La résistance des jonctions est principalement liée à la surface, à l'épaisseur et à la composition de la barrière tunnel. Donc, pour un type de barrière donné, la résistivité des têtes de lecture reste constante et leur résistance augmente lorsqu'on les miniaturise (puisque'il y a moins de surface). Le problème est que les têtes de lecture doivent garder une impédance proche  $30\ \Omega$  pour que l'électronique traitant le signal puisse fonctionner correctement.

La première solution trouvée pour maintenir la résistance proche de  $30\ \Omega$  a été d'amincir la barrière. Malheureusement, pour des barrières très fines, il devient très difficile d'amincir encore plus, tout en conservant des barrières d'épaisseur uniforme.

Deux nouvelles voies ont donc été explorées pour pallier à ce problème. L'une est de changer la composition de la barrière tunnel et de prendre un matériau avec un gap plus petit (par exemple  $\text{SrTiO}_3$ ). L'autre est de créer des ponts conducteurs. Cette deuxième voie a donné naissance aux échantillons étudiés durant ma thèse.

### 1.1 Empilement

Après ce rappel du contexte, étudions un peu la structure et la composition de mes échantillons. Je ne décrirai ici que les grandes lignes de leur élaboration, car notre partenaire ne souhaite pas dévoiler ses secrets de fabrication. L'empilement du système est le suivant :  $\text{IrMn}_7/\text{CoFe}_2/\text{Ru}_{0.7}/\text{CoFe}_{2.5}/\text{CCP}_2/\text{CoFe}_3/\text{NiFe}_5$  ; les indices indiquent l'épaisseur des couches exprimée en nm. A cela s'ajoutent des couches liées à la croissance (pour avoir un bon accord de maille) et aux électrodes. A part la couche CCP, l'empilement est relativement classique dans le monde de la spintronique. Prenons quelques instants pour étudier cet empilement :



**Figure II.2** – Empilement de nos échantillons.

- La couche supérieure de Ru est une couche de protection car même si elle est oxydée elle reste conductrice. La couche d'or, quant à elle, constitue l'électrode supérieure.
- Les deux couches CoFe/NiFe forment la couche libre. Pour être efficace, elle doit avoir un faible champ coercitif, ce qui est le cas du NiFe. Malheureusement ce matériau a une faible polarisation en spin au niveau de Fermi, donc pour amplifier la magnétorésistance, une couche de CoFe, possédant une forte polarisation en spin, est insérée entre la barrière et le NiFe.
- La couche de chemin de courant confiné (CCP pour *confined current path*) est constituée d'alumine percée de ponts conducteurs en cuivre, nous reviendrons là dessus par la suite.
- Les quatre suivantes, IrMn/CoFe/Ru/CoFe constituent la couche piégée. CoFe/Ru/CoFe forme un matériau antiferromagnétique synthétique (SAF) piégé par l'antiferromagnétique IrMn. (Voir l'encart page 33 pour plus de détails sur les structures SAF).
- Les deux couches suivantes, Ta/Ru, sont là pour des raisons de croissance cristallographique du reste du pilier.
- La dernière couche est un écran ferromagnétique constitué de NiFe. pour guider les lignes de champ. De plus, elle sert d'électrode inférieure.

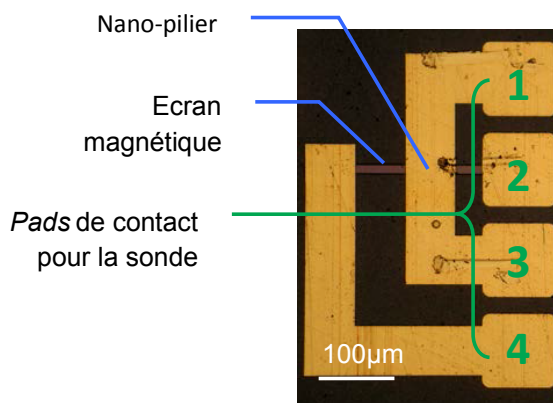


L'écran magnétique est là à l'origine pour des raisons fonctionnelles dans les têtes de lecture des disques durs. En fait, si le champ magnétique appliqué n'est pas parallèle ou antiparallèle à l'axe de facile aimantation des couches, seule la composante selon cet axe s'appliquera. Comme le procédé de fabrication repose sur sa présence, notre partenaire ne pouvait pas fournir des échantillons sans cet écran. Cependant cela n'a en rien gêné mon étude.

La couche centrale, nommée CCP sur la figure II.2 joue le rôle de barrière. Elle est fabriquée à partir d'un dépôt de  $\text{Al}_{95}\text{Cu}_5$  qui est ensuite oxydé. Le cuivre et l'aluminium ayant des affinités électroniques très différentes pour l'oxygène, l'aluminium s'oxyde pour devenir  $\text{Al}_2\text{O}_3$  et le cuivre coalesce sous forme d'agrégats conducteurs. Ces agrégats forment les *pinholes* évoqués au début de ce chapitre. Il y a une dizaine de *pinholes* faisant chacun quelques nm de diamètre. Par contre, dans ce procédé, il est complètement impossible de prévoir ou de connaître leur position. Comme on le verra

par la suite, cela sera une source de disparité entre les différents échantillons. Grâce à ce type d'*espaceur*, hybride entre isolant et conducteur, on obtient alors un produit résistance-surface, appelée  $\text{RA}^1$  d'environ  $0,3 \Omega \cdot \mu\text{m}^2$  et un taux de MR d'environ 10%.

Après le dépôt de ces couches sur le *wafer*, des piliers cylindriques de 300 nm de diamètre sont gravés. Puis des contacts en or sont déposés. Il y a 4 *pads* de contact que l'on peut voir sur la figure II.3. Les numéros 1 et 3 sont reliés à l'électrode supérieure et les 2 et 4 à l'électrode inférieure. Cela permet de faire, au choix, des mesures 4 pointes pour des mesures de résistance, 3 pointes pour des mesures radiofréquence<sup>2</sup> ou des mesures dc avec seulement 2 *pads*.



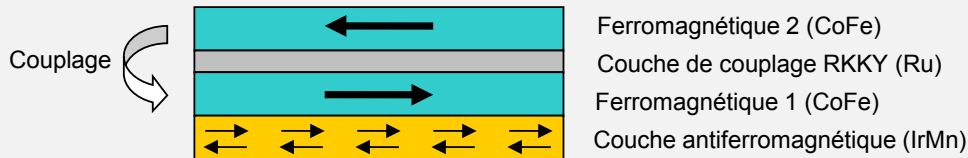
**Figure II.3** – Photo des *pads* de connexion d'une jonction

1. pour *resistance-area* en anglais

2. En effet, les sondes adaptées aux mesures radiofréquences possèdent 3 pointes : 1 pour le signal au centre, entourée de 2 pour la masse, nous verrons cela dans le paragraphe 2.



*Remarque : Antiferromagnétique synthétique en quelques mots ...*

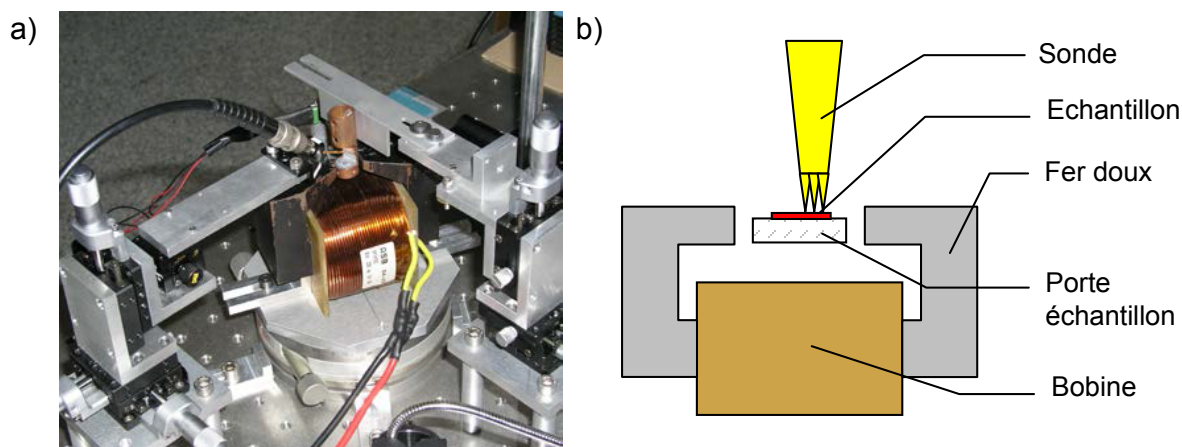


La « couche piégée » est en fait réalisée à partir d'un empilement de quatre couches formant un matériau antiferromagnétique synthétique (SAF) piégé par un antiferromagnétique simple.

L'intérêt du SAF est double. Il permet d'augmenter le champ nécessaire à son retournement car l'aimantation totale est presque nulle, donc le couple exercé par le champ est faible. De plus, il permet de limiter l'effet du champ rayonné sur la couche libre, car les lignes de champ des deux ferromagnétiques se bouclent l'une sur l'autre. Les SAF sont basés sur le couplage ferro/antiferro qui existe entre deux couches ferromagnétiques séparées par un métal non magnétique. Les deux couches s'orientent soit parallèlement soit antiparallèlement, en fonction de l'épaisseur de la couche non magnétique [41, 42].

La couche antiferromagnétique (par exemple l'IrMn) permet quant à elle d'avoir un matériau avec un champ coercitif plus élevé (supérieur à 1 kOe), car l'on souhaite que la couche de référence ne change pas (ou très difficilement) d'aimantation avec le champ appliqué. Le principe repose sur le fait que la dernière couche atomique de l'antiferromagnétique est orientée dans la même direction que celle du ferromagnétique adjacent, le couplage d'échange imposant qu'elles s'orientent dans le même sens.

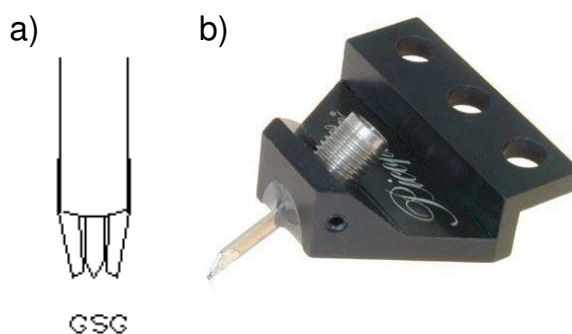
## 2 Description du banc expérimental



**Figure II.4** – a) photo du banc de mesure. b) Schéma de celui-ci.

Pour réaliser les mesures de transport dans les jonctions tunnel, j'ai reconstruit et amélioré un banc de mesure à partir d'éléments déjà existants et de pièces mécaniques et électroniques fabriquées en coopération avec les ateliers respectifs. La partie principale de ce banc est l'assemblage bobine-porte échantillon-sonde électrique. Comme on le voit sur la figure II.4, la bobine est traversée par une pièce de fer doux qui permet de guider les lignes de champs produites par la bobine. L'entrefer est positionné de façon à ce qu'elle soient parallèles entre elles et dans le plan des couches de l'échantillon. Dans toutes les expériences montrées dans ce manuscrit, le champ sera toujours dans le plan et dans l'axe de facile aimantation des couches magnétiques. Les différentes caractéristiques de la bobine seront données dans la prochaine section 2.1.

Le contact électrique entre l'échantillon et le banc de mesure est fait grâce à une sonde électrique spécialement conçue pour des mesures hyperfréquences. Elle est en cuivre avec un support en aluminium, matériaux non magnétiques ce qui permet de l'utiliser sous champ. Comme montré sur la figure II.5 elle se termine par trois pointes : deux pointes droite et gauche sont reliées à la masse et la pointe centrale porte le signal.



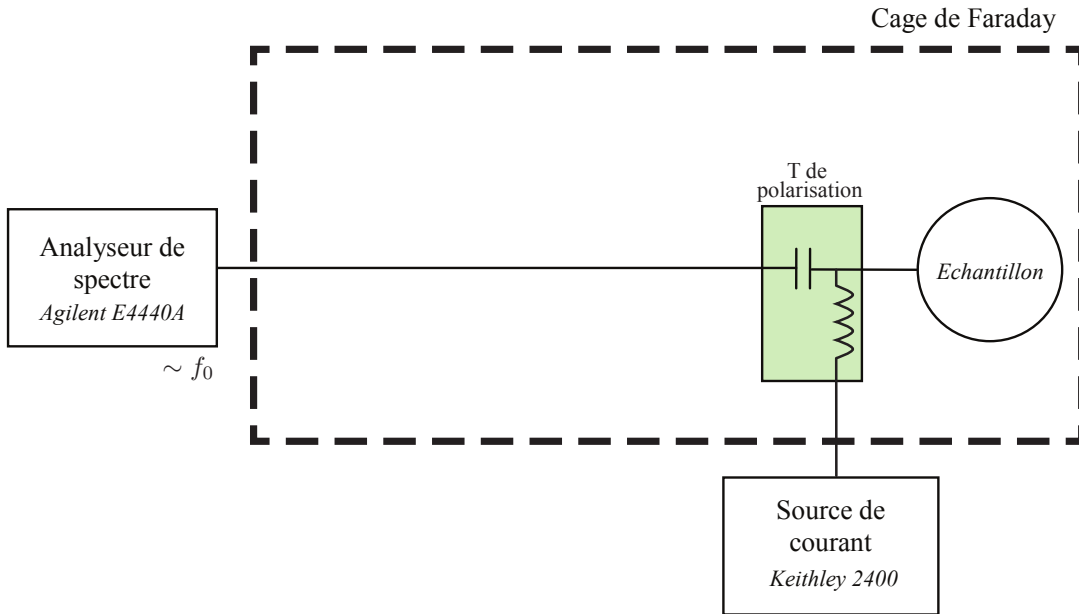
**Figure II.5** – a) schéma de la sonde électrique **G** pour la masse (*ground* en anglais) et **S** pour le signal b) Photographie de la sonde et de son support

La sonde est connectée sur les électrodes 1, 2 et 3 des jonctions (cf. II.3). Cette configuration a deux avantages. Le premier est de permettre une bonne transition des signaux RF. En effet la géométrie GSG est compatible avec une configuration de lignes coplanaires ce qui garantit une bonne adaptation sur une large gamme de fréquences. Le second est d'avoir une distribution plus homogène du courant à la sortie et à l'entrée de la jonction<sup>3</sup>. Avec

3. Ici on parle des lignes de courant aux extrémités du pilier, pas dans l'espaceur parsemé de *pinholes*.

seulement deux connecteurs, les lignes de courant auraient tendance à se concentrer sur un bord.

L'inconvénient de ces sondes par rapport aux sondes 4 pointes usuellement utilisées pour les mesures de transport dc, est que l'on mesure la résistance de contact en plus de la résistance liée à la MR (dans notre cas elle est de l'ordre de  $6\ \Omega$ ). Il faut donc la prendre en compte lors du calcul du coefficient de MR.



**Figure II.6** – Schéma du banc expérimental.

Avec ce banc deux types de mesure complémentaires peuvent être réalisées selon les instruments que l'on utilise :

- **des mesures statiques**, par exemple, de résistance en fonction du champ avec le courant comme paramètre. Pour faire cela on utilise un appareil qui fait à la fois source de courant et voltmètre, le Keithley source-meter 2400 que l'on verra plus en détail dans la section 2.2.
- **des mesures dynamiques**, ou **spectrales**. Dans ce cas on impose une polarisation (courant et champ) et l'on étudie la réponse spectrale de l'échantillon grâce à un analyseur de spectre. La majorité des mesures étudiées dans ce manuscrit sont des mesures spectrales. Le principe de la mesure sera expliqué dans la section 2.3.

Cependant, si l'on souhaite faire les deux types de mesure simultanément ou tout simplement l'une après l'autre mais sans devoir modifier les branchements du banc de mesure, il faut séparer les composantes spectrales des composantes continues du courant. En effet, les analyseurs de spectre ne supportent absolument pas le dc (contrairement aux oscilloscopes). Pour faire cela, la sonde est reliée à un T de polarisation (*bias tee* en anglais) qui permet de séparer les composantes spectrales de la composante continue du signal<sup>4</sup>. Donc tout se passe comme s'il y avait deux circuits indépendants : un circuit « continu »

4. le T de polarisation est simplement la combinaison d'un filtre passe-bas (pour la composante continue) et d'un filtre passe-haut (pour les composantes spectrales)

qui permet de polariser l'échantillon grâce à une source stabilisée en courant continu et un circuit RF où l'on branche l'analyseur de spectre et éventuellement une source RF. Enfin, l'ensemble bobine-porte échantillon-sonde électrique est installé dans une cage de Faraday qui permet d'atténuer les signaux parasites extérieurs.

Avant de passer aux premières mesures de caractérisation, intéressons-nous un peu aux différents outils de mesure et de polarisation ainsi qu'à leur plage opérationnelle.

### 2.1 Champ magnétique

Le champ magnétique est généré par une bobine puis guidé par un fer doux de façon à ce que les lignes de champ soient parallèles au plan des couches magnétiques. La bobine est alimentée par un générateur de tension de la marque Kepco. Grâce à un gaussmètre, on a étalonné le champ dans l'entrefer en fonction de la tension imposée à la bobine. On trouve une droite dont le coefficient est 149 Oe/V. De plus, on a vérifié que le champ est bien homogène à l'échelle d'une jonction. Cependant, il varie d'une dizaine d'Ørsted entre les deux extrémités de l'entrefer. La gamme de champ va de 1 kOe à +1 kOe. De plus, il faut prendre en compte qu'il y a environ 10 Oe de rémanence.

Ce dispositif, est suffisant pour retourner la couche libre et faire des cycles d'hystérésis. Cependant, il faut rester prudent lors de l'interprétation des courbes en fonction du champ pour les petits champs (inférieurs à 10 Oe) à cause de la rémanence.

### 2.2 Mesure statique et polarisation des jonctions

La polarisation en courant est assurée par une source de courant stabilisée, le Keithley 2400. Cet appareil est un *source-meter*, c'est-à-dire qu'il impose une tension ou un courant et qu'il mesure la grandeur réciproque. D'après les caractéristiques données par le constructeur, il peut délivrer un courant dans une gamme allant de 1 nA à 1 A. Ce qui est suffisant pour nos mesures allant de 1 mA à 25 mA.



**Figure II.7** – Photo d'un Keithley 2400 source-meter.

Toujours selon les caractéristiques du constructeur, cette source est relativement bruitée en dessous de 1 MHz (10 mV intégrés sur la gamme DC-1 MHz). Ce qui ne me dérangera pas pour mes mesures réalisées autour de 450 MHz.

Enfin, considérant le câblage de l'expérience, les courants négatifs correspondent au cas où les électrons partent du bas du pilier pour aller en haut.

### 2.3 Mesures spectrales et analyseur de spectre

La grande majorité des mesures présentées dans cette thèse sont des mesures spectrales réalisées grâce à l'analyseur de spectre Agilent PSA E4440. Un analyseur de spectre est un voltmètre qui réalise une transformée de Fourier (TF) analogique d'un signal. Il donne

donc, à chaque mesure, un spectre de la tension en fonction de la fréquence aux bornes de l'échantillon.

Dit autrement, le signal entrant dans l'analyseur de spectre peut être vu comme la somme de plusieurs signaux sinusoïdaux à différentes fréquences (c'est sur ce principe que repose la TF). Le but de la mesure est d'extraire la contribution de chaque fréquence. Cependant, cette transformée analogique n'est pas aussi parfaite que celle décrite par l'opération mathématique :

$$\mathcal{F}(f) : \nu \mapsto \hat{f}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-i2\pi\nu x} dx \quad (\text{II.1})$$

Pour mieux comprendre cela, étudions brièvement son schéma de principe que l'on peut voir à la figure II.8. Le principe de base est de ramener à basse fréquence le signal haute fréquence de façon à pouvoir facilement le mesurer. C'est ce que l'on appelle la détection hétérodyne.

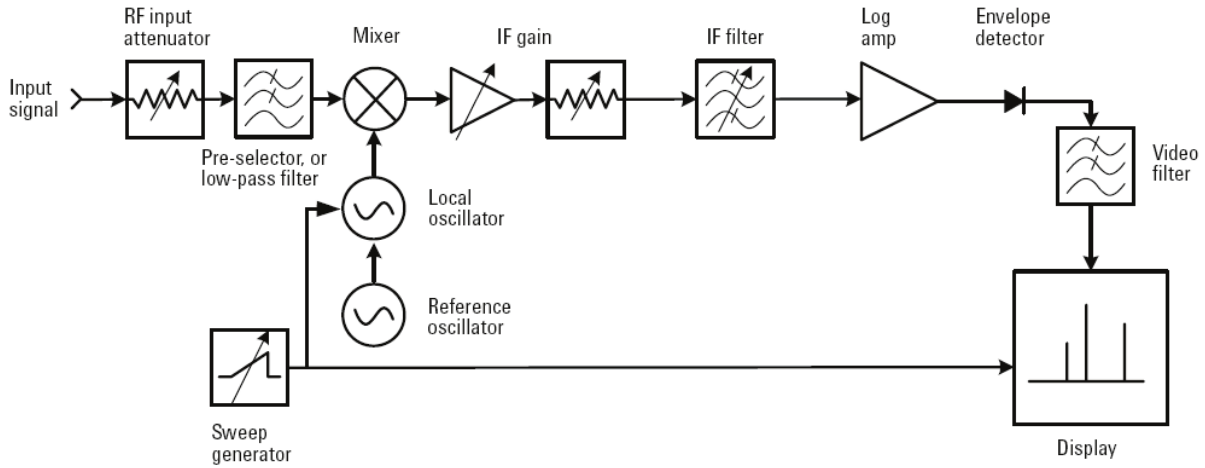
Le signal entrant est mixé (c.-à-d. multiplié) avec un signal de référence à la fréquence  $f_{\text{LO}}$  (LO pour *local oscillator*). Cela transpose le signal : pour chaque composante  $f$  une composante est créée aux fréquences  $|f - f_{\text{LO}}|$  et  $f + f_{\text{LO}}$ . La première composante permet de ramener le signal à des fréquences bien plus faibles et dont la mesure est plus aisée. Après cela ce signal est filtré par un filtre passe-bande centré sur  $f_{\text{IF}}$  (IF pour *intermediate filter*). La largeur de ce filtre s'appelle la *resolution bandwidth* (RBW).

Après le filtre IF, un détecteur de crête mesure la tension du signal autour de  $f_{\text{IF}}$ , donnant ainsi la valeur moyenne du module de la tension correspondant aux fréquences dans une bande de largeur RBW. Cela donne un point du spectre. On remarque qu'un point ne correspond pas à une fréquence, mais à une plage de fréquence de largeur RBW. Ce qui signifie que si l'on veut se rapprocher de la définition mathématique, il faut réduire cette plage le plus possible. Le problème est qu'il faut trouver un compromis, car plus elle est petite, moins il y a de puissance dedans. Or le détecteur de crête est basé sur la charge d'un condensateur ; donc plus le filtre est fin, plus la mesure doit être longue, le temps que le condensateur se charge.

Afin de ne pas avoir qu'un point, mais une courbe entière, la valeur de  $f_{\text{LO}}$  est balayée sur toute la plage d'étude (appelée *span*).

Le principal avantage d'une telle mesure est qu'elle permet de mesurer de très faibles signaux. Le bruit engendré par la chaîne de mesure de notre analyseur de spectre est de  $12 nV/\sqrt{Hz}$  (d'après les spécifications du constructeur). Ce qui est excellent comparé à un oscilloscope. Par contre, cela apporte quelques contraintes qu'il faut prendre en compte lors de l'élaboration du plan de mesure :

- Le signal doit être stationnaire, c'est-à-dire que son spectre ne doit pas changer durant le temps de la mesure. Pour illustrer cela prenons l'exemple d'un signal sinusoïdal dont la fréquence change tous les  $\delta t$  entre-deux fréquences  $f_1$  et  $f_2$  (avec  $f_1 < f_2$ ). Si  $\delta t$  est grand devant le temps de balayage de  $f_{\text{LO}}$ , la mesure a le temps de se faire entre deux changements. On aura alors un spectre avec soit un pic à  $f_1$ , soit à  $f_2$ . Par contre, si  $\delta t$  est bien plus petit que le temps de balayage de  $f_{\text{LO}}$ , alors l'analyseur de spectre commencera par mesurer  $f_1$ , et comme le signal entrant aura le temps de



**Figure II.8** – Extrait de [43]. Schéma fonctionnel d'un analyseur de spectre.

changer avant qu'il finisse la mesure, il mesurera aussi le signal à  $f_2$ . On aura donc un spectre avec un pic à  $f_1$  **et** à  $f_2$ . Ce qui n'est pas la réalité, car le signal est **soit** à  $f_1$ , **soit** à  $f_2$ . Nous verrons au chapitre IV, sur la modulation, que cela apporte certaines contraintes sur la plage de mesure accessible.

- La mesure effectuée dépend de RBW et de comment RBW est choisie par rapport au nombre de points de la plage totale de mesure. En effet, plus RBW est grand, plus chaque point de la courbe représentera une grande fenêtre de mesure. Or si les différents points en fréquence  $f_{LO}$  sont plus proches que la largeur RBW, les fenêtres se recouvriront. Certaines bandes de fréquence seront mesurées deux fois. Il faut donc bien choisir RBW et le nombre de points de mesure. Une formule simple permet cela :

$$RBW = \frac{\text{Span}}{\text{Nombre de points}} \quad (\text{II.2})$$

De plus, toutes les mesures sont renormalisées par RBW, elles sont donc soit exprimées en  $V/\sqrt{\text{Hz}}$  soit en  $V^2/\text{Hz}$ . La deuxième solution sera privilégiée, car à une résistance près, elle est homogène à une puissance, ce qui transforme notre spectre, mesuré expérimentalement en volt, en densité spectrale de puissance.

- Enfin, l'analyseur de spectre ne mesure pas la phase du signal. En effet, la transformée de Fourier d'une fonction est une fonction complexe. Or l'analyseur de spectre ne mesure que le module de cette quantité. On ne peut donc pas distinguer deux signaux qui sont égaux à une phase près.



### 3 Premières caractérisations

Dans cette section, je présente les premières caractérisations réalisées sur nos échantillons et comment nous en sommes venus à conclure qu'ils se comportent comme des oscillateurs à vortex.

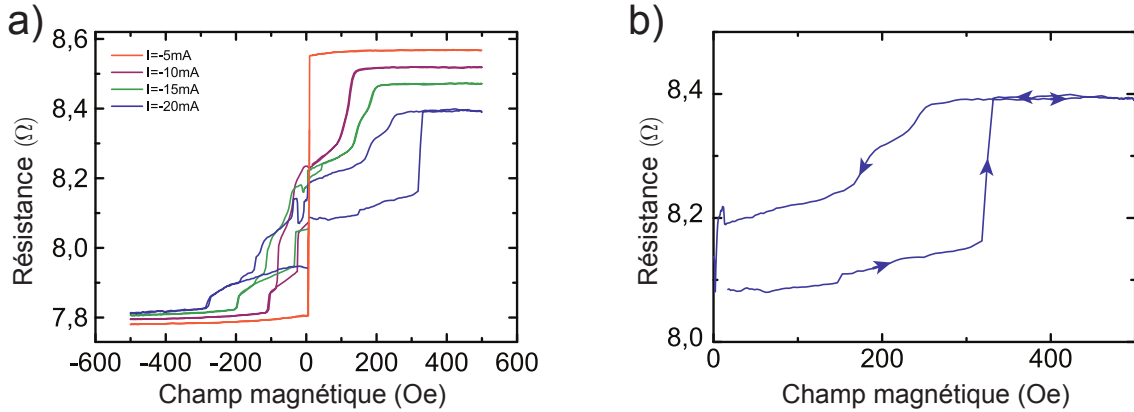
#### 3.1 Mesure statique $R(H)$

Les premières mesures que j'ai réalisées sont des courbes de la résistance en fonction du champ magnétique appliqué :  $R(H)$ , avec le courant de polarisation,  $I_{dc}$ , comme paramètre.

Selon les jonctions, nous n'avons pas exactement les mêmes résultats (bien qu'ils restent tout de même très similaires). *A priori*, cela vient du fait que les ponts conducteurs sont disposés aléatoirement dans la barrière puisque le cuivre ne coalesce pas de façon contrôlée.

Sur la courbe II.9<sup>5</sup>, on observe que pour de faibles courants de polarisation,  $I_{dc}$  jusqu'à 5 mA, on obtient des résultats sensiblement identiques aux courbes d'une jonction tunnel classique vue dans le chapitre I section 2.3.2. C'est-à-dire une courbe très *carrée* avec deux états de résistance (parallèle P et antiparallèle AP) bien définis et séparés par une transition brutale.

Le coefficient de TMR, de l'ordre de 10%, est beaucoup plus faible que les JTM avec une barrière alumine. Ce taux est plus proche de celui d'une structure toute métallique (*spin valve*), ce qui suggère que l'essentiel du transport électrique a lieu dans les ponts métalliques.



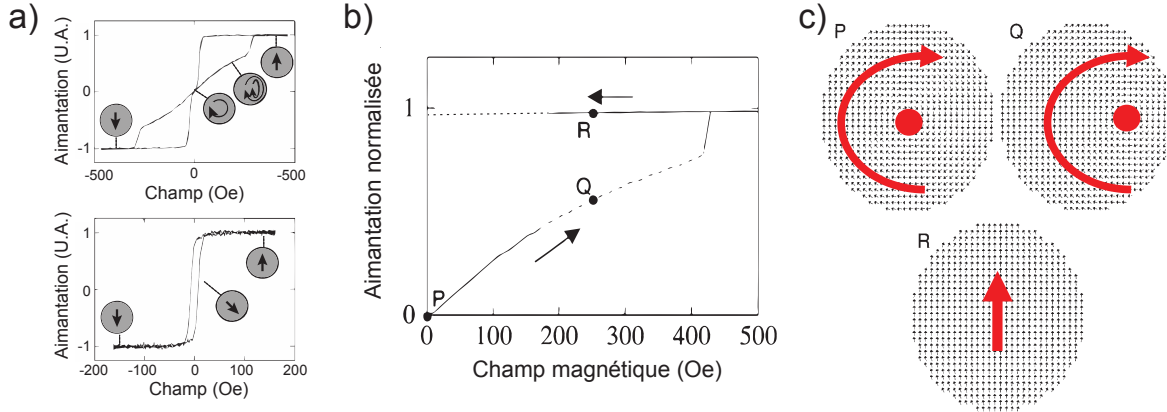
**Figure II.9** – a) courbe de résistance en fonction du champ appliqué à différents courants de polarisation. b) Zoom de la partie entre 0 et 500 Oe de la courbe correspondant à  $I_{dc} = -20\text{mA}$

A plus fort courant, on voit apparaître des déformations du cycle. Si on analyse la courbe II.9.b, on observe que la transition d'un état uniforme à l'autre (quand l'on va des petits aux forts champs) n'est plus abrupte, mais qu'il y a une pente douce (que l'on appellera plateau) puis un brusque saut à l'état AP. Sur notre exemple ce phénomène est plus présent entre le passage de P à AP, mais selon les échantillons cela peut être l'inverse

5. Ici, je ne montre que des courbes correspondantes à un courant de polarisation négatif, car les résultats avec des courants positif sont similaires.

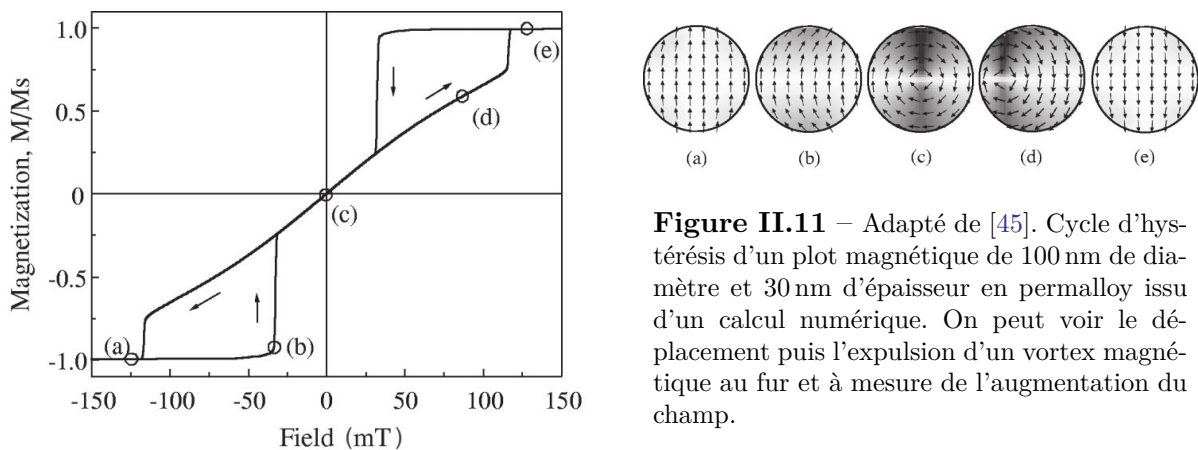


ou les deux. De plus, on observe, dans certain cas, une hystérèse, lorsque le champ diminue (retour de AP vers P), la courbe ne repasse pas par le même chemin, mais reste à la même résistance correspondant à AP puis, vers 250 Oe, diminue pour former un plateau.



**Figure II.10** – Adapté de [44] a) Cycles d'hystérésis mesurés à partir de plots magnétiques de diamètre  $d$  et d'épaisseur  $t$  : (haut)  $d = 300$  nm,  $t = 10$  nm, (bas)  $d = 100$  nm,  $t = 10$  nm (les schémas montrent l'aimantation dans un plot circulaire, en supposant un champ orienté vers le haut de la page). b) calcul numérique avec hypothèse de création de vortex. c) Etats micromagnétiques calculés par Cowburn *et al* pour les points P, Q et R de la courbe (b), les flèches rouges ne sont que des guides pour les yeux

Pour comprendre la signification de ces plateaux, il faut se référer à la littérature. Un article de référence est celui de Cowburn *et al* [44]. Les auteurs y étudient des plots circulaires magnétiques et mesurent l'aimantation en fonction du champ appliqué pour différentes épaisseurs et rayons de plot. Eux aussi observent des plateaux dans leurs courbes et une hystérèse pour les plots magnétiques ayant un diamètre suffisamment important par rapport à leur épaisseur (cf figure II.10).



**Figure II.11** – Adapté de [45]. Cycle d'hystérésis d'un plot magnétique de 100 nm de diamètre et 30 nm d'épaisseur en permalloy issu d'un calcul numérique. On peut voir le déplacement puis l'expulsion d'un vortex magnétique au fur et à mesure de l'augmentation du champ.

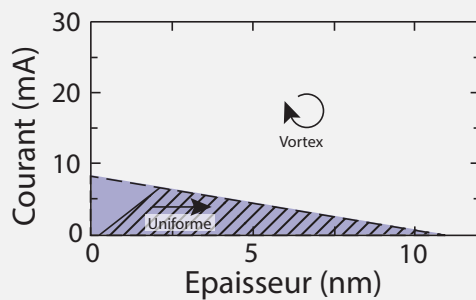
Ils démontrent que les plateaux résultent du déplacement, induit par le champ appliqué, du cœur d'un vortex magnétique. En effet, plus le champ augmente, plus une des directions d'aimantation est favorisée par rapport à l'autre ; pour minimiser l'énergie du système, le cœur du vortex s'éloigne donc du centre du plot (dans une direction perpendiculaire au champ) [46]. On peut voir un schéma de ce phénomène sur la figure II.11. Le saut abrupt vient de l'expulsion du vortex quand son cœur est trop proche du bord du plot.

Cependant dans leur système, il n'y a pas de courant de polarisation et donc pas de champ d'Ampère. Dans notre cas, la densité de courant est très élevée et le champ ampérien favorise l'apparition d'une configuration micromagnétique de type vortex<sup>6</sup>. Cela expliquerait que lors du retour (des champs forts aux champs faibles) la résistance ne reste pas celle d'un état uniforme mais repasse par des plateaux. Selon les cas, l'état métastable subsiste plus ou moins longtemps. Cela vient peut-être du fait que le courant n'est pas homogène dans la barrière. Il est important de noter que, puisque le vortex est nucléé par le champ d'Ampère, on connaît sa chiralité (c.-à-d. dans quel sens il tourne) qui est forcément celle du champ. Cependant nous n'avons aucun contrôle de sa polarité.

Plus tard, Chang *et al* [47] ont mesuré et calculé numériquement la nucléation d'un vortex dans des piliers magnétiques grâce au courant DC. Pour une couche circulaire de NiFe de 6 nm d'épaisseur et de 160 nm de rayon, le vortex magnétique est nucléé pour un courant de 9,6 mA. Ce qui est tout à fait cohérent avec mes résultats.



*Remarque : Stabilité de l'état vortex pour de faibles courants...*



**Figure II.12** – Adapté et simplifié d'après [48]. Diagramme de stabilité d'un état vortex en fonction du courant et de l'épaisseur de la couche magnétique pour un disque de 100 nm de diamètre.

Pour de faibles courants, le champ d'Ampère est trop faible pour nucléer un vortex magnétique. Cependant cet état peut être l'état de plus basse énergie pour certaines formes d'aimant si l'épaisseur du disque est suffisamment grande par rapport à son rayon [23] (c'est le cas dans l'expérience de Cowburn *et al* [44]).

Urazhdin *et al* [48] ont calculé le courant nécessaire pour nucléer un vortex avec le champ d'Ampère pour un disque de permalloy de 100 nm de diamètre. Le diagramme de phase de la figure II.12 signifie que si le courant passe la frontière de la zone bleue à la zone blanche, l'état vortex devient l'état stable. Une fois l'état vortex établi, il peut subsister, dans la zone hachurée si le courant décroît.

On peut donc conclure de ces mesures :

- Pour un faible courant de polarisation ( $I_{dc} \leq 5$  mA) nos échantillons se comportent comme des jonctions magnétiques classiques bien que la TMR, d'une dizaine de pourcents, soit faible. L'aimantation des deux couches magnétiques reste uniforme.
- Pour des courants de polarisation entre  $I_{dc} \geq 5$  mA et  $I_{dc} \leq 15$  mA, des états magnétiques non uniformes apparaissent lors de la transition de P à AP (et réciproquement).

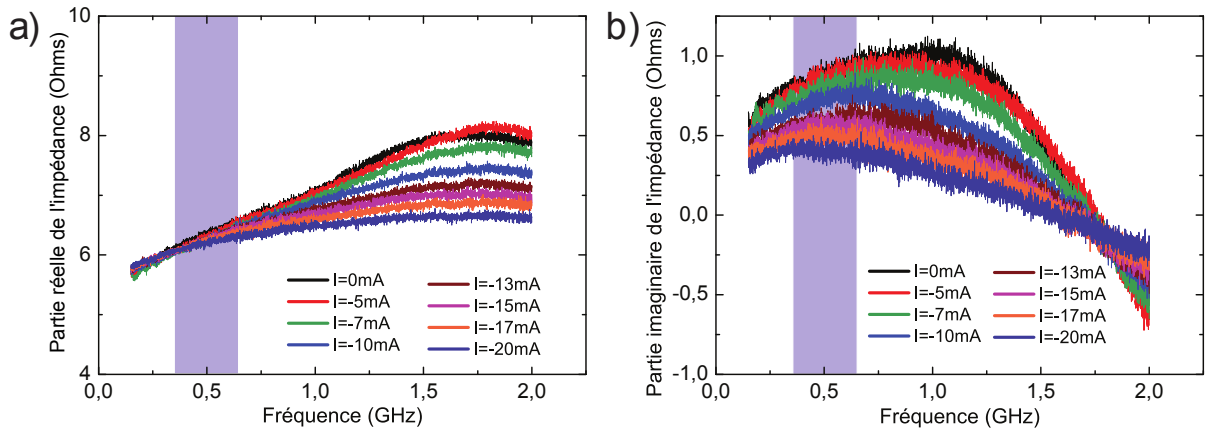
6. Sur le bord du plot, le champ est de l'ordre de 250 Oe pour  $I_{dc} = 20$  mA et a une symétrie radiale comme les vortex magnétiques.

- Pour des courants de polarisation plus forts ( $I_{dc} \geq 15\text{mA}$ ), un vortex magnétique est nucléé dans la couche libre. Le cœur de celui-ci est déplacé vers le bord du plot avec l'augmentation du champ appliqué. Puis lorsque le champ devient important, et donc le cœur trop proche du bord, il est expulsé.

Maintenant nous avons la confirmation de l'existence d'un vortex magnétique dans la couche libre. D'autres équipes qui avaient elles aussi des vortex dans des jonctions magnétiques (ou dans des systèmes nanocontact) ont observé que celui-ci était excité par le STT [32] [34]. Nous nous sommes alors demandés si nous pouvions, nous aussi, détecter un signal spectral lié au vortex ?

### 3.2 Impédance de l'échantillon

Avant de faire des mesures spectrales sur nos échantillons, il est important de caractériser leur impédance dynamique. En effet, l'ensemble du banc de mesure est constitué d'éléments conçus et optimisés pour ce type de mesure. Mais ce n'est pas le cas des échantillons. Il est donc important de les caractériser avant de faire des mesures spectrales. J'ai réalisé ces mesures d'impédance dynamique de nos échantillons grâce à un analyseur de réseaux vectoriel (VNA pour *vectoriel network analyser*). En effet, d'un point de vue RF, les jonctions tunnel et les pistes de contact peuvent être vues comme un assemblage de composants élémentaire : condensateurs, bobines et résistances.



**Figure II.13** – Partie réelle et imaginaire de l'impédance des échantillons mesurée avec un VNA. La zone bleue indique la plage de fréquence dans laquelle nous travaillerons principalement (autour de la fréquence naturelle de l'oscillateur à vortex).

Les échantillons pourraient donc avoir une impédance complexe qui peut changer la ligne de base de nos mesures, ce qui nous obligerait à rectifier les mesures. Le lecteur pourra trouver une étude complète de la modélisation du banc et des pistes en composants discrets dans la thèse de S. Petit [43].

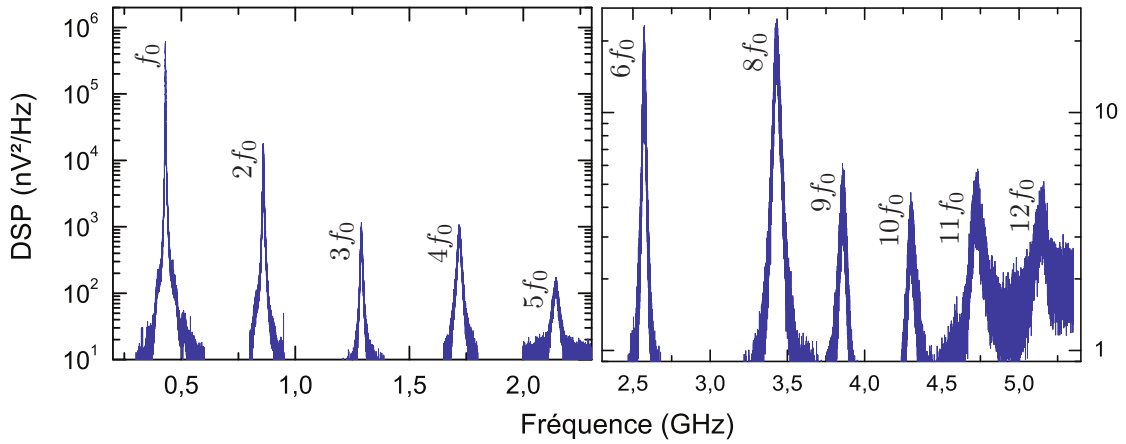
Pour ces mesures, j'ai calibré le VNA de façon à faire abstraction du banc expérimental (c'est un calibrage en bout de sonde). Les courbes II.13 sont donc l'impédance aux bornes de l'échantillon. Les courbes II.13.a et b montrent la partie réelle et imaginaire de l'impédance en fonction de la fréquence pour plusieurs courants de polarisation<sup>7</sup>.

7. Nous obtenons des courbes similaires pour des courants de polarisation positifs.

On remarque que la courbe est relativement monotone et que la variation est faible : pour la partie réelle la variation est d'environ  $2,25\Omega$  et pour la partie imaginaire environ  $1,75\Omega$  sur une plage de 2 GHz. Les spectres que nous réalisons sont sur une plage fréquentielle d'au maximum 100 MHz autour du pic fondamental (donc entre environ 350 et 650 MHz) ; plage où l'impédance varie très peu. On peut noter qu'il y a un changement de pente pour la partie imaginaire de l'impédance pour un courant d'environ 15 mA. Cependant, il n'y a pas de comportement résonant (qui correspondrait à un pic d'impédance), ce qui nous permet d'avoir confiance dans les spectres que nous allons mesurer. Ils ne sont pas déformés par des problèmes d'impédance.

### 3.3 Premières mesures spectrales

Les premières mesures spectrales ont été réalisées dans la gamme de fréquences aux alentours de 500 MHz. La figure II.14 montre l'un des premiers spectres mesurés sur ces échantillons<sup>8</sup> On y observe un pic pour une fréquence de 428 MHz. C'est la fréquence fondamentale ou naturelle que j'appellerais  $f_0$ . Sa largeur de raie (ou largeur à mi-hauteur) est d'environ 1 MHz.



**Figure II.14** – Spectre du signal sortant de notre jonction magnétique. Le spectre de droite est mesuré avec un amplificateur de 40 dB (ce qui est pris en compte dans le calcul de l'échelle). L'harmonique 6 (pour  $7f_0$ ) n'est pas détectable sur cet échantillon. Les courbes sont représentées en échelle logarithmique de façon à mieux voir les harmoniques et les largeurs de raie.

Pour des fréquences plus grandes, on observe aussi une série d'harmoniques d'amplitude beaucoup plus petite (la première harmonique<sup>9</sup> a une amplitude 100 fois inférieure au pic fondamental). Elles sont sûrement dues au fait que le vortex n'a pas une trajectoire parfaitement circulaire. Leur hauteur relative n'a *a priori* pas de schéma distinguable et change selon l'échantillon considéré.

Par la suite, sauf indication contraire, je ne considérerai que ce qui se passe autour de la fréquence du pic fondamental, car le signal est bien plus grand et donc les mesures plus faciles.

8. Cette première mesure spectrale n'a pas été réalisée par moi, mais par Nicolas de Mestier qui a fait une étude préliminaire de ces échantillons avant que je commence ma thèse.

9. Ici, je dénombre les harmoniques selon la tradition française qui considère que l'harmonique numéro  $n$  est à  $(n + 1)f_0$  et non selon la tradition anglo-saxonne qui considère que c'est celui à  $nf_0$ .

Ce spectre nous indique qu'il y a un phénomène qui modifie périodiquement la configuration micromagnétique de notre échantillon. Quel est ce phénomène ?

On sait qu'il y a un vortex magnétique, il est raisonnable de penser que celui-ci est responsable de ce signal. Cependant, il y a deux grands types d'excitations dans les vortex qui sont :

- le mode normal<sup>10</sup> ou le mode magnon. Ce sont des ondes de spin qui se propagent dans la structure magnétique du vortex. Elles peuvent être radiales ou azimutales. Ces excitations ont une signature spectrale dans un domaine de fréquence de l'ordre de quelques dizaines de GHz. [49, 50]
- le mode de translation ou gyrotropique dans lequel le cœur du vortex parcourt une trajectoire circulaire. Dans ce cas la fréquence du mouvement est de l'ordre de quelques centaines de MHz [51]. Les oscillateurs à vortex présentés dans le chapitre I sont basés sur ce phénomène.

La fréquence étant de l'ordre de 500 MHz, l'hypothèse du mouvement gyrotropique est la plus probable. Comme nous l'avons vu dans le chapitre I section 1.18 (page 24), lorsque le vortex se déplace dans la couche libre, l'aimantation est tantôt majoritairement parallèle tantôt majoritairement antiparallèle. Ce qui donne lieu à une oscillation de la résistance et donc de la tension. Maintenant, le problème est d'identifier les forces qui mettent le vortex en mouvement.

En effet, dans le chapitre I, nous avons aussi vu qu'il est possible d'exciter le vortex grâce à un courant de spin polarisé perpendiculairement à l'aimantation de la couche libre (qui contient le vortex). Pour cela, il faut que la couche piégée ait une composante hors du plan [30]. Dans notre cas cela est impossible, car aucun champ perpendiculaire au le plan des couches n'est appliqué.

Cependant, comme on observe un signal, la question qui se pose est y a-t'il une possibilité d'exciter un vortex par un courant de spin polarisé dans le plan ? Bien qu'aujourd'hui encore ce phénomène soit en discussion dans la communauté, Khvalkovskiy *et al* [52] ont apporté un début de réponse peu après le début de ma thèse<sup>11</sup>.

Dans cet article, les deux couches magnétiques ont une aimantation dans le plan. Les auteurs calculent le travail apporté par le STT et celui dissipé par l'amortissement. En égalisant les deux travaux (autant d'énergie apportée que dissipée : le système est dans un état d'équilibre), ils extraient une relation entre le rayon de giration et la configuration micromagnétique de la couche piégée. Avec cela, ils démontrent que si le polariseur possède une aimantation uniforme, le rayon est nécessairement nul. Ils l'expliquent par des arguments de symétrie : la force issue du STT se compense sur deux moitiés du vortex (la moitié P et la moitié AP), la force totale est donc nulle.

Cela voudrait dire que dans notre système, le polariseur qui est conçu à l'origine pour être *rigide* et garder une configuration magnétique uniforme ne l'a plus. Pour mieux comprendre, on peut essayer de quantifier la rigidité de la couche piégée. Par exemple, on peut comparer le champ d'Ampère au bord du disque, que l'on peut estimer à 250 Oe (pour un courant de 20 mA), et celui issu du couplage entre les couches du SAF qui serait de l'ordre

---

10. Ici, normal est pris dans le sens de perpendiculaire et non de normalité.

11. Nous reparlerons de cet article dans la partie 5.2.2 du chapitre III. La question qui n'est pas discutée dans cet article est de savoir si la force appliquée par le STT sur le vortex est indépendante (comme supposé par les auteurs) ou non de sa position.

de 500 Oe (en considérant une valeur raisonnable de l'énergie de couplage :  $J = 1 \text{ erg/cm}^2$  [53]). Les deux champs étant du même ordre de grandeur, il est raisonnable de conclure que l'aimantation de la couche piégée est déformée par le champ d'Ampère et qu'elle a la forme d'un vortex fortement décentré ou d'un état C (*C-state* en anglais<sup>12</sup>).

Le polariseur n'ayant plus une aimantation uniforme, la symétrie est brisée et le rayon de giration du vortex devient non nul d'après la théorie de Khvalkovskiy *et al* [52]. De plus, d'autres équipes de recherche ont elles aussi observé des oscillations de vortex engendrées par un courant polarisé non uniformément dans des nanocontacts [31, 54] ou dans des nanopiliers [32, 55], ce qui nous permet d'avoir confiance en cette hypothèse.

Tout cela (la présence d'un vortex, la plage de fréquence de l'excitation, le polariseur non uniforme) me permet de conclure que nos échantillons sont des oscillateurs à vortex. Ces oscillateurs sont différents des oscillateurs déjà présentés dans la littérature, car :

- le courant traversant l'espaceur entre les deux couches magnétiques n'est pas uniforme à cause de la présence de ponts conducteurs.
- le vortex magnétique n'est pas présent naturellement dans la couche libre, c.-à-d. ce n'est pas l'état de plus basse énergie. Il est nucléé par le champ d'Ampère généré par le fort courant traversant la jonction.
- l'aimantation de la couche piégée est dans le plan, car il n'y a pas de champ perpendiculaire appliqué. Cependant, celle-ci n'a pas une aimantation uniforme, mais probablement *C-state*.

### 3.4 Dépendance au courant de polarisation

Nous avons un oscillateur dû à l'effet du STT sur le vortex magnétique. Il est intéressant de voir comment le signal spectral évolue en fonction du courant imposé.

Pour cela, j'ai mesuré une série de spectres en balayant le courant de polarisation puis j'ai extrait l'amplitude et la fréquence du pic fondamental. On peut voir le résultat sur la figure II.15<sup>13</sup>. On remarque sur la courbe II.15.a que l'amplitude varie peu avec le courant : elle passe de 80 à 100 nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$  en moyenne sur une plage de 4 mA (de -2 à 2 mA par rapport au point de fonctionnement). De plus elle varie beaucoup d'une mesure à l'autre. Cela ne vient pas d'un bruit de mesure, mais de l'échantillon lui-même.

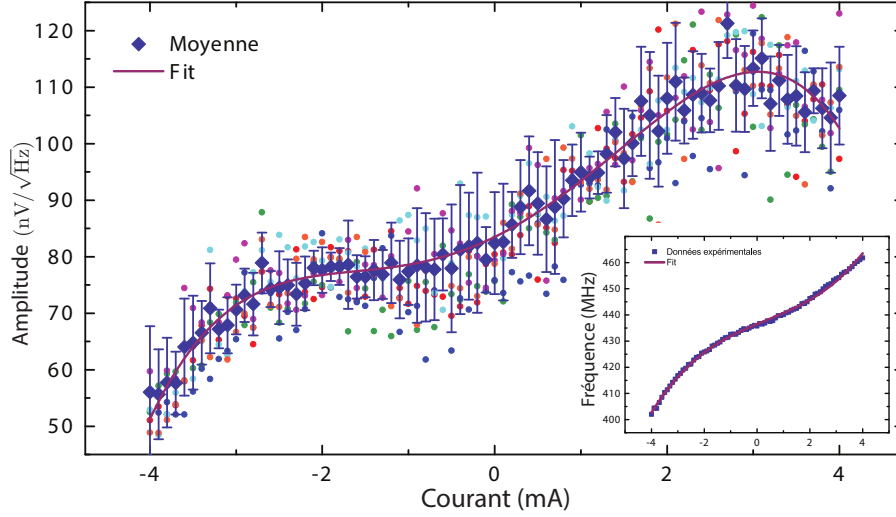
Pour l'évolution de la fréquence, celle-ci est quasi-linéaire, en fonction des échantillons. Sa pente varie de 4 à 15 MHz/mA ce qui est relativement faible comparé aux oscillateurs STO macrospin, mais qui correspond à ce que l'on retrouve dans la littérature pour les oscillateurs à vortex ([31] ou [32]). Contrairement à l'amplitude, la fréquence garde la même évolution d'une mesure à l'autre.

On peut se demander si ces deux mesures sont fonction du sens de balayage du courant. J'ai donc fait une mesure en balayant continûment depuis les grandes vers les faibles valeurs de courant jusqu'au courant critique où le signal disparaît. Puis je suis reparti de celui-ci vers les grandes valeurs de courant jusqu'à atteindre la valeur de départ. On peut

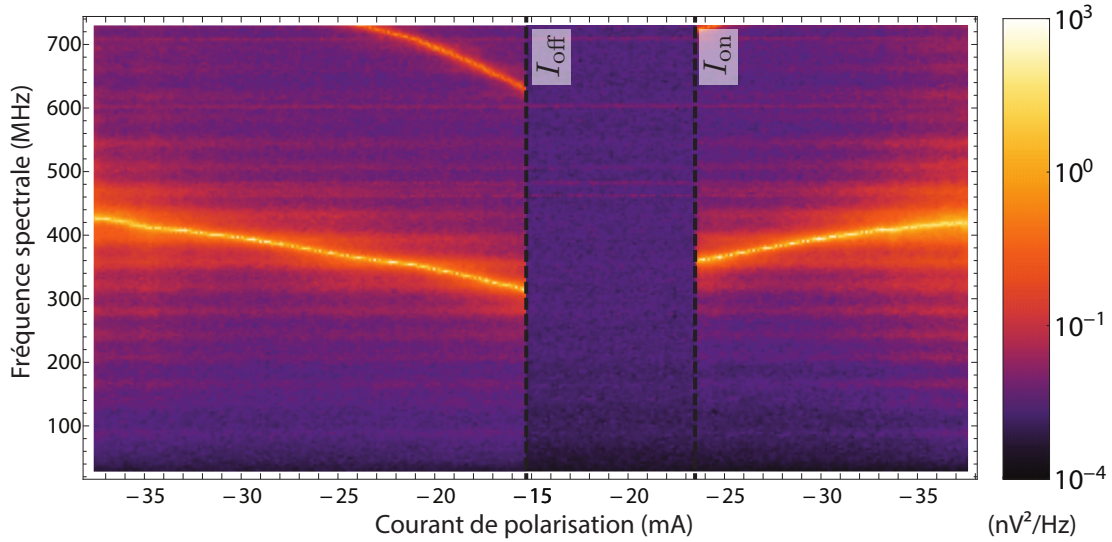
12. Un état C peut-être vu comme un vortex dont le cœur est à l'extérieur du plot magnétique. Le nom de cet état provient de la forme de l'aimantation.

13. On réutilisera cette figure dans le chapitre sur la modulation. Elle correspond au même échantillon dont est issu le set de données de la partie 5.





**Figure II.15** – Evolution de l’amplitude du pic fondamental avec le courant de polarisation. Les losanges bleus correspondent à la moyenne des 6 mesures représentées par les cercles. La ligne correspond au fit polynomial :  $\text{Amplitude} = 83,48 + 7,46I_{dc} + 2,69I_{dc}^2 - 0,06I_{dc}^3 - 0,19I_{dc}^4$ . (Inset) Evolution de la fréquence en fonction du courant de polarisation. Les carrés bleus correspondent aux données et la ligne au fit polynomial :  $f(I) = -436 + 4,18I_{dc} - 0,21I_{dc}^2 + 0,213I_{dc}^3$ . Ces deux graphes sont recentrés autour du point de fonctionnement  $I_{dc} = -20$  mA

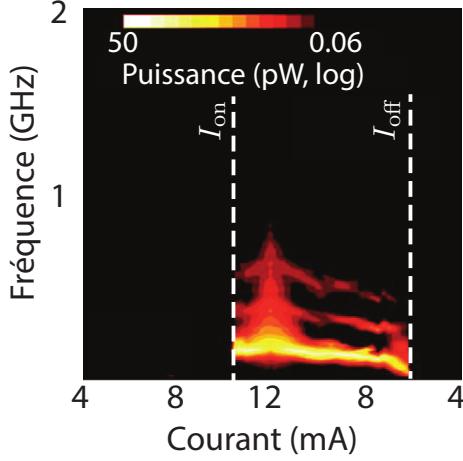


**Figure II.16** – Carte couleur de l’évolution du signal en fonction du courant de polarisation. Pour réaliser cette mesure, je suis parti d’un courant de -37 mA que j’ai diminué jusqu’à -15 mA puis que j’ai augmenté à nouveau jusqu’à la valeur de départ. La carte couleur représente une vue du dessus de nombreux spectres mis côte à côte : une coupe verticale correspond à un spectre

voir le résultat de cette mesure sur la figure II.16. On remarque que le courant d’extinction du signal du balayage décroissant,  $I_{\text{off}}$  est plus petit que celui d’allumage du balayage croissant,  $I_{\text{on}}$ <sup>14</sup>. Dit autrement, si le vortex est déjà en mouvement, on peut conserver ce mouvement avec un courant plus faible que celui qu’il faut pour le démarrer.

14. Evidemment, ici je parle de valeur absolue, puisque le signe indique juste le sens dans lequel va le courant.

Un tel phénomène a déjà été observé dans la littérature ; on peut par exemple, citer l'expérience de Pufall *et al* [31] où les auteurs mesurent un  $I_{\text{on}}$  de 11 mA et un  $I_{\text{off}}$  de 6 mA (cf. figure II.17). Cela nous donne une confirmation supplémentaire que nous avons bien affaire à un oscillateur à vortex.



**Figure II.17** – Adapté de [31]. Carte couleur de l'évolution du signal en fonction du courant de polarisation. Pour réaliser cette mesure, les auteurs sont partis d'un courant de 4 mA qu'ils ont augmenté jusqu'à 12 mA puis diminué jusqu'à la valeur de départ. L'échantillon étudié est un oscillateur à vortex basé sur une structure magnétique métallique nanocontact. Ils appliquent un champ perpendiculaire de 3 mT.

### 3.5 Dépendance en champ de la fréquence

Pour obtenir un signal spectral, il est souvent nécessaire d'effectuer un cycle de champ particulier et d'arrêter ce cycle avec un champ non nul. Par exemple, en appliquant un courant de 20 mA, il faut saturer l'échantillon en P, puis revenir à un champ nul et enfin appliquer un faible champ AP (de 20 à 150 Oe). La raison de cela n'est pas encore très claire. Le champ est peut-être nécessaire pour mettre le cœur du vortex à un endroit où les ponts conducteurs sont disposés d'une certaine manière. De plus, il est clair que l'état vortex est un état métastable et il peut disparaître brusquement lorsqu'il est soumis à un fort courant DC ou AC, ou même après un temps relativement long d'utilisation. Dans ce cas, il faut refaire le cycle de champ pour le retrouver. Cependant pour un échantillon, un courant, et un cycle de champ donnés, la fréquence est toujours la même.

On peut aussi se demander comment varie la fréquence avec le champ. Cependant, ce sujet est quelque peu difficile à traiter. Il y a effectivement une dépendance de la fréquence naturelle avec le champ planaire, cependant, celle-ci varie beaucoup d'un échantillon à un autre et n'est pas bijective : par exemple, si l'on augmente progressivement le champ, la fréquence peut augmenter, puis *sauter* à une valeur inférieure encore jamais atteinte. De plus elle dépend aussi grandement de la vitesse à laquelle on fait varier le champ, si celle-ci est trop grande le vortex *n'arrive pas à suivre* et le signal peut disparaître alors qu'avec une variation lente, tout se passe bien.

Les raisons de cela sont sûrement liées à la position des *pinholes* qui est complètement aléatoire. En effet, cela crée des inhomogénéités locales de la densité de courant et du champ d'Ampère. Comme, je n'ai aucun contrôle de la position des *pinholes*, dans un souci de pragmatisme j'ai laissé cette étude de côté, pour me concentrer sur d'autres questions.



## 4 Reproductibilité et vieillissement

### 4.1 Reproductibilité d'échantillon à échantillon

Bien que les mesures présentées ici soit reproductibles sur un échantillon donné, elles ne le sont pas forcément entre deux échantillons. Par exemple, la courbe  $f(I)$  reste identique si je réalise plusieurs mesures dans les mêmes conditions. Cependant, si je la fais sur un autre échantillon, il y aura aussi une dépendance de la fréquence avec le courant, mais elle ne sera pas exactement la même. Cela est vrai pour la plupart des mesures, les phénomènes observables sont similaires, mais pas identiques. C'est pour cela que la majorité des études réalisées ici sont qualitatives dans le sens où j'ai cherché à comprendre les phénomènes et non à faire des tableaux de nombres et de performance.

### 4.2 Vieillissement des échantillons

Tous les échantillons d'une même plaque (*wafer*) ne sont pas identiques. Une partie d'entre eux sont mal connectés (ils ont alors une résistance très grande) ou sont court-circuités (ils ont alors une résistance quasi nulle) ; ceux là sont donc inutilisables. De plus, une autre partie, sont correctement connectés (les cycles  $R(H)$  sont similaires à ceux étudiés en 3.1), mais ne présentent aucun signal RF. Enfin, certain, ceux qui nous intéressent ici, émettent un signal RF comme vu précédemment.

De plus, ces derniers « vieillissent ». Bien qu'ils ne soient pas trop fragiles, il peut arriver qu'ils « meurent » entre deux mesures (ou même pendant une mesure). Dans ce cas, même en refaisant le cycle de champ nécessaire à l'obtention d'un signal, celui-ci ne revient pas ou avec une amplitude plus faible, tout en gardant un cycle  $R(H)$  similaire. Dans ce cas j'arrête mon étude sur ceux-ci.

## 5 Conclusion

Dans ce chapitre, j'ai présenté les échantillons qui me serviront à mener les études décrites dans les chapitres suivants. Après avoir brièvement décrit comment ils sont fabriqués, j'ai présenté le banc expérimental qui m'a servi à réaliser les différentes mesures.

Ensuite, j'ai présenté une mesure de caractérisation usuelle,  $R(H)$ , sur ce type d'échantillon, qui m'a permis d'identifier la présence d'un vortex magnétique dans la couche mince. De plus, les mesures spectrales m'ont permis de montrer que celui-ci suit un mouvement circulaire. Enfin, j'ai étudié la relation entre la fréquence naturelle du signal en fonction du courant de polarisation et observé un phénomène d'hystérèse.

Toutes ces mesures nous amènent à conclure que nous avons un oscillateur à vortex : la forme de la courbe  $R(H)$ , le signal spectral et la dépendance de celui-ci avec le courant de polarisation. Maintenant que ce fait est établi, je peux commencer leur étude. C'est ce à quoi vont être consacrés les deux prochains chapitres où je vais expérimenter deux technique expérimentale avec ces échantillons sur eux, la synchronisation puis la modulation de fréquence.



## Résumé pour relecture rapide...

Dans ce chapitre, j'ai présenté le système que je vais étudier par la suite ainsi que les mesures de caractérisation usuelles sur celui-ci. Grâce à ces caractérisations, j'ai démontré que nos échantillons sont des oscillateurs à vortex.

J'ai commencé par une description des échantillons. Ce sont des jonctions tunnel magnétiques gravées en nanopilier cylindrique de 300 nm de diamètre. Leur empilement est le suivant :  $\text{IrMn}_7/\text{CoFe}_2/\text{Ru}_{0.7}/\text{CoFe}_{2.5}/\text{CCP}_2/\text{CoFe}_3/\text{NiFe}_5$  avec en indice l'épaisseur en nm. Contrairement aux jonctions tunnel usuelles, la barrière, CCP (pour *confined courant path*) n'est pas simplement une couche isolante, mais elle est percée de part en part de ponts conducteurs manométriques en cuivre.

Dans une deuxième partie, j'ai présenté le banc expérimental avec lequel toutes les mesures de cette thèse ont été réalisées. Sa partie principale est l'assemblage bobine-porte échantillon-sonde électrique qui permet d'imposer un champ magnétique dans le plan des couches de l'échantillon tout en connectant électriquement celui-ci aux appareils de mesure. Avec ce banc deux types de mesure peuvent être réalisées selon les instruments que l'on utilise :

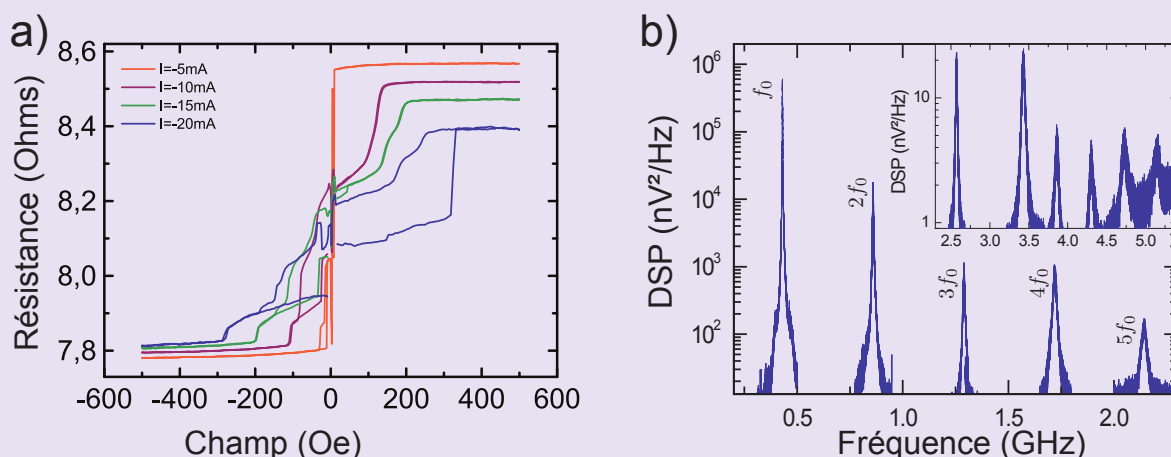
- **des mesures statiques**, par exemple, de résistance en fonction du champ avec le courant comme paramètre.
- **des mesures dynamiques**, ou **spectrales**. Dans ce cas on impose une polarisation (courant et champ) et l'on étudie la réponse spectrale de l'échantillon grâce à un analyseur de spectre. La majorité des mesures étudiées dans ce manuscrit sont des mesures spectrales.

Grâce à ce banc, j'ai réalisé des courbes de résistance en fonction du champ planaire appliqué. Leur forme m'a permis de démontrer l'existence d'un vortex magnétique dans la couche libre. De plus, les mesures spectrales ont permis de mettre en évidence le fait que ce vortex se déplace périodiquement.

Nos échantillons sont donc des oscillateurs à vortex. Ils partagent certaines caractéristiques avec les systèmes déjà étudiés dans la littérature :

- Leur fréquence est relativement basse par rapport à fréquence des oscillateurs STO macrospin ; de l'ordre de 500 MHz
- La relation entre leur fréquence naturelle et le courant est presque linéaire et la pente est, elle aussi, faible par rapport au STO macrospin ; selon les échantillons de 4 à 15 MHz/mA
- Ils présentent une hystérèse en courant, le courant d'extinction du signal est plus faible que celui de démarrage. Dit autrement, si le vortex est déjà en mouvement, on peut conserver ce mouvement avec un courant plus faible que celui qu'il faut pour le démarrer.

L'ensemble de ces caractéristiques et de ces valeurs numériques sont similaires avec celle observées pour les oscillateurs à vortex.



**Figure II.18** – a) Courbe  $R(H)$  pour différentes valeurs de courant de polarisation. Pour de forts courants, on voit apparaître une déformation de celle-ci qui est due à la présence d'un vortex magnétique. b) Spectre du signal sortant de l'échantillon.

Par contre, ils ont certaines caractéristiques uniques qui rendent leur étude intéressante

- La barrière usuellement isolante est volontairement non uniforme, des ponts conducteurs en cuivre la transpercent de part en part.
- Le vortex n'est pas l'état de plus faible énergie dans la couche libre, c.-à-d. qu'à courant nul l'aimantation est uniforme. Le vortex est nucléé par le champ d'Ampère généré par le fort courant traversant la jonction.
- L'aimantation du polariseur est dans le plan et il n'y a pas de champ appliqué hors du plan.
- De plus son aimantation n'est pas uniforme, car elle est déformée elle aussi par le champ d'Ampère.

Dans ce chapitre, j'ai présenté ces échantillons qui me serviront à mener les études décrites dans les chapitres suivants. Après avoir brièvement décrit comment ils sont fabriqués, j'ai présenté le banc expérimental qui m'a servi à réaliser les différentes mesures.

Ensuite, j'ai présenté une mesure de caractérisation usuelle,  $R(H)$ , sur ce type d'échantillon qui m'a permis d'identifier la présence d'un vortex magnétique dans la couche mince. De plus, les mesures spectrales m'ont permis de montrer que celui-ci suit un mouvement circulaire. Tout cela permet de conclure que nous avons affaire à des oscillateurs à vortex.

Enfin, j'ai étudié la relation entre la fréquence naturelle du signal et le courant de polarisation et observé un phénomène d'hystérèse, ce qui m'a permis de faire la comparaison avec des études antérieures.

---

## CHAPITRE III

---

### AUTO-OSCILLATEUR ET SYNCHRONISATION



*Dans ce chapitre nous allons aborder...*

Ce chapitre porte sur la synchronisation des oscillateurs à vortex par un courant radio-fréquence ayant une fréquence proche de la fréquence naturelle de l'oscillateur,  $f_0$ , ou du double de celle-ci,  $2f_0$ .

Dans une première partie, j'explique brièvement ce qu'est un auto-oscillateur et les bases de la théorie sur la synchronisation.

Dans une deuxième partie, j'expose mes résultats expérimentaux. Puis j'explique la théorie que nous avons développée pour modéliser l'oscillateur à vortex. Elle est basée sur l'équation de Thiele généralisée qui permet de représenter le vortex magnétique comme un objet solide sur lequel s'appliquent des forces. Grâce à ce nouveau modèle, il est possible de décrire plusieurs phénomènes observés expérimentalement tels que l'existence d'un courant critique ou le lien entre fréquence et courant ... Enfin, cette théorie me permet de faire un parallèle entre notre expérience de synchronisation et la théorie de l'oscillateur paramétrique de Mathieu.

# 1 Oscillateurs, auto-oscillateur et non-linéarité

Dans cette partie, j'introduis brièvement les notions d'oscillateur, d'auto-oscillateur et de cycle limite en donnant quelques exemples. Pour une explication complète sur les auto-oscillateurs et la synchronisation, que j'aborderai par la suite, je renvoie le lecteur à l'excellent livre de A. Pikovsky *et al* [56] dont je me suis inspiré pour la majorité des explications qui suivent.

## 1.1 Introduction et définitions

En physique, lorsque l'on parle d'oscillateur, les premiers exemples qui viennent à l'esprit sont le pendule, la masse pendante à l'extrémité d'un ressort ou encore le circuit LRC. Jeune étudiant, on apprend dès les premières années qu'un oscillateur est « *un système dont l'une des valeurs physiques évolue périodiquement autour d'une valeur moyenne* ». Ces trois exemples ont le point commun d'être des oscillateurs harmoniques, c'est-à-dire qu'ils peuvent être modélisés par une équation différentielle linéaire à coefficient constant du 2<sup>ème</sup> degré de la forme :

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = 0 \quad (\text{III.1})$$

Avec  $x$  la variable et  $\omega_0$  la pulsation propre du système. On trouve facilement que les solutions d'un tel système sont de la forme  $A \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + B \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ ,  $A$ ,  $B$  et  $\varphi_0$  étant des constantes d'intégrations. Nous obtenons bien un système en accord avec la définition. Néanmoins, dans ce raisonnement un phénomène fondamental a été négligé : la dissipation. Cela n'est pas gênant pour un cas d'étude universitaire, mais le plus souvent insuffisant pour modéliser des systèmes plus compliqués.

L'équation reste soluble en ajoutant, dans le membre de droite, un terme modélisant l'amortissement, par exemple avec un amortissement linéaire de la forme :  $+2\mu\dot{x}(t)$  avec  $\mu > 0$ . Dans ce cas la solution devient  $e^{-\mu t}(A \cos(\omega_1 t + \varphi_0) + B \sin(\omega_1 t + \varphi_0))$ <sup>1</sup>. Le terme  $e^{-\mu t}$  assure que le système tende vers un équilibre statique. Autrement dit, si on le laisse isolé, il finira par s'arrêter ; ce qui correspond effectivement à la réalité physique des exemples précédents. Cependant, dans la nature, beaucoup de systèmes continuent à osciller sans s'arrêter malgré leur amortissement. *Et heureusement pour nous !* Car dans ces systèmes on peut citer les horloges, qui continuent à nous donner l'heure ou le cœur humain qui bat durant toute une vie... Cela est possible, parce que ces systèmes possèdent une source d'énergie qui leur permet de compenser leur amortissement.

Pour synthétiser, on peut donc distinguer trois types « d'oscillateur » :

- les **oscillateurs parfaits** ou **théoriques**, qui n'ont ni dissipation ni source d'énergie, comme le cas d'étude du pendule harmonique sans frottement.
- les **oscillateurs amortis** ou **libres**. A qui on a donné une énergie de départ, mais qui tendent vers un état d'équilibre statique, e.g. pendule oscillant, masse suspendue à un ressort, circuit LRC avec amortissement.
- Les **oscillateurs auto-entretenus** ou **auto-oscillateurs** (horloge à balancier, cœur humain...) qui possèdent une source d'énergie qui est aussi appelée anti-amortissement.

---

1. Dans ce cas la pseudo-période,  $\omega_1$ , n'est plus égale à la pulsation propre,  $\omega_0$  mais à  $\sqrt{\omega_0^2 - \mu^2}$ .

C'est ce cas qui nous intéresse, je vais donc le détailler dans la suite de ce chapitre. A cela on peut ajouter :

- les **oscillateurs (libres) forcés** (e.g. moteur excitant un ressort) ce sont des oscillateurs libres que l'on excite à une fréquence donnée par une force extérieure. Tant que la force extérieure continue, l'oscillateur libre continuera d'osciller. Mais ce ne sont pas des auto-oscillateurs : ce sont des oscillateurs amortis excités par une force extérieure périodique<sup>2</sup>.

Dans la suite de ce manuscrit, lorsque je parlerai d'oscillateur sans plus de précision, cela correspondra à un oscillateur auto-entretenu.

## 1.2 Oscillateurs auto-entretenus ou auto-oscillateurs

Un oscillateur auto-entretenu est un système oscillant possédant sa propre source d'énergie. Celle-ci lui permet de compenser l'énergie dissipée par l'amortissement. C'est donc un système qui même isolé continue indéfiniment à osciller. Un exemple de la vie courante est l'horloge à balancier : elle génère un mouvement périodique (normalement avec une période égale à deux secondes<sup>3</sup>) et les poids ou le ressort lui permettent de ne pas s'arrêter. Ils constituent sa source d'énergie<sup>4</sup>.



**Figure III.1** – Une pendule à balancier.

Une des caractéristiques les plus importantes d'un auto-oscillateur, c'est qu'il est « *résistant aux perturbations en amplitude* ». C'est-à-dire que s'il est perturbé par une force extérieure, après un certain temps, il finira par retrouver sa période et son amplitude d'oscillation propre. Reprenons l'exemple de l'horloge, si l'on donne un petit coup dans le balancier, son mouvement sera perturbé, mais il finira par retrouver l'amplitude et la fréquence qu'il avait avant la perturbation. Ici, je parle bien d'amplitude et non de phase, le balancier aura sûrement perdu sa phase à l'origine des temps<sup>5</sup>.

En effet, la dernière grande caractéristique d'un auto-oscillateur est que sa phase à l'origine est libre. Elle ne dépend que de la manière dont on a démarré l'oscillateur (dans notre exemple : cela dépend de comment on a poussé le balancier pour démarrer l'horloge). De ce fait, si l'oscillateur est perturbé, la phase ne sera probablement pas conservée.

Donc, pour résumer, voici les trois caractéristiques qui définissent un auto-oscillateur :

- Il possède sa propre source d'énergie qui permet de compenser la dissipation.

2. Bien que l'on n'abordera la synchronisation que dans la partie 2, je précise quand même que ce n'est en aucun cas de la synchronisation. L'oscillateur libre n'est pas un auto-oscillateur sa phase est imposée par la force extérieure. Il n'a pas de source d'énergie et il s'arrêtera quand la force extérieure s'arrêtera.

3. il y a un tic pour chaque passage du balancier au centre.

4. Évidemment, régulièrement il faut remonter les poids ou le ressort, car rien n'est infini ! Si la source d'énergie s'épuise, le système n'est plus un auto-oscillateur et il s'arrêtera ...

5. Ce que l'on appelle « phase à l'origine des temps » ou plus simplement « phase à l'origine » est la phase que posséderait le système à  $t = 0$  ; e.g. la constante  $\varphi_0$  de l'oscillateur harmonique dans le  $\cos(\omega t + \varphi_0)$ . A ne pas confondre avec la phase ou l'angle total qui est  $\omega t + \varphi$ .

- Après une perturbation, il revient à son état dynamique stationnaire initial (existence d'un cycle limite). Le corollaire est que son amplitude et sa fréquence ne dépendent pas de la façon dont il a été démarré.
- Sa phase à l'origine des temps est libre, la modifier ne perturbe pas l'oscillateur.

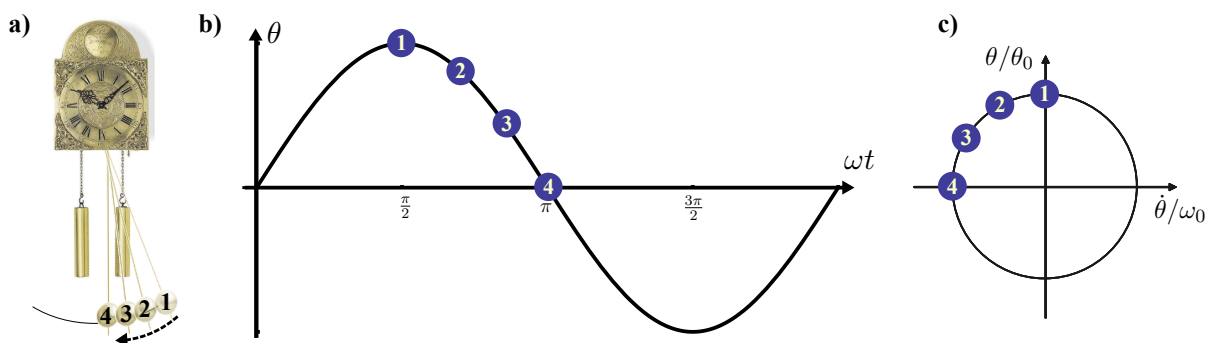


*Remarque : pourquoi l'oscillateur parfait n'est pas un auto-oscillateur ?*

En effet, un oscillateur avec une dissipation nulle n'a pas besoin de source d'énergie pour osciller indéfiniment. De plus ces oscillateurs ont une phase libre. On pourrait croire qu'ils rentrent dans la catégorie des auto-oscillateurs. Mais ils leur manquent une caractéristique : ils ne sont pas résistants aux perturbations : si l'on change un peu leur amplitude, ils vont juste changer de cycle limite (cf. 1.3) et ne reviendront pas dans leur état d'origine. Cela est une conséquence du fait qu'ils ont (dans la limite du modèle) une infinité d'états stable possible (si  $x$  est solution, alors  $\lambda x$ , avec  $\lambda \in \mathbb{R}$ , l'est aussi).

## 1.3 Espace des phases et cycle limite

Reprenons notre exemple de l'horloge à balancier. On peut décrire ce système à l'aide de deux variables, l'angle du pendule,  $\theta$  et sa vitesse angulaire  $\dot{\theta}$ . N'importe quel état de notre système est défini de façon univoque grâce à ce couple de variables. Une façon visuelle de le représenter est de le tracer dans un espace à deux dimensions, que l'on appelle l'espace des phases, où un point est défini par les coordonnées  $(\dot{\theta}; \theta)$ .



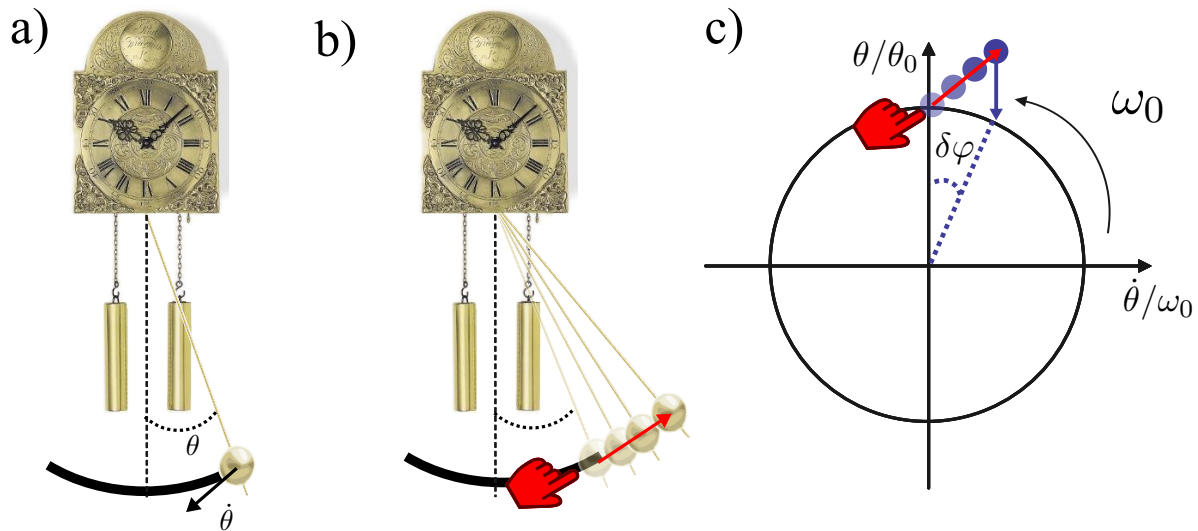
**Figure III.2** – a) Représentation du mouvement du pendule d'une horloge à balancier. Ici le pendule vient de son angle maximum à droite et revient vers le centre. b) Courbe équivalente du mouvement du pendule :  $\theta$  en fonction du temps. c) Représentation de ce mouvement dans l'espace des phases  $(\dot{\theta}; \theta)$  avec un repère fixe. Les points bleus représentent les états successifs du système.

Lorsque le pendule oscille, le point représentant l'état du système décrit une boucle autour du centre du repère (dans notre exemple c'est un simple cercle, cf. figure III.2.c). Celle-ci se nomme le cycle limite. Il représente tous les états que le système parcourt pendant une période. On reviendra par la suite sur la signification de celui-ci.

Le problème de cette représentation est que lorsque le système est dans un état d'équilibre dynamique, le point représentant l'état du système tourne continuellement le long du cycle limite. Il serait préférable d'avoir une représentation « statique » d'un tel état. Pour



cela, on peut utiliser un repère tournant : au lieu que le point tourne autour du centre du repère, c'est le repère qui tourne le point reste fixe. Sur la figure III.2.c cela équivaudrait à superposer les 4 points bleus numérotés et à faire tourner les axes du repère. Lorsque le pendule arrive au point 4, le repère aura fait un quart de tour. Cette représentation, permet de voir clairement la phase à l'origine de l'oscillateur qui maintenant est simplement l'ordonnée du point.



**Figure III.3** – a) Horloge à balancier : la position du pendule est définie par deux variables  $\theta$  et  $\dot{\theta}$ . b) Perturbation du pendule par une force extérieure. le balancier atteint un angle plus grand qu'en fonctionnement normal. c) Représentation de la perturbation dans le plan de phase tournant à la vitesse  $\omega_0$  (la pulsation propre de l'horloge). Le point bleu représente l'état du pendule. La force extérieure le fait sortir du cycle limite, puis il revient sur celui-ci, mais l'oscillateur a changé de phase à l'origine de  $\delta\varphi$ .

Maintenant, revenons sur le concept de cycle limite. Si l'oscillateur est perturbé par une force extérieure, le point représentant l'état du système ne sera plus sur le cycle limite (cf. figure III.3). Pour notre horloge, cela serait, par exemple, donner un coup dans le balancier ; dans ce cas, il pourrait avoir un angle trop grand et/ou une vitesse trop rapide par rapport au fonctionnement normal de l'horloge. Mais comme nous l'avons vu, l'une des caractéristiques d'un auto-oscillateur et qu'il est « résistant aux perturbations » : après un certain temps, le système sera revenu dans un état « normal » c'est-à-dire un état où le point sera sur le cycle limite. Autrement dit, si le point n'est pas sur le cycle limite (quelle qu'en soit la raison), il sera attiré par celui-ci. Mathématiquement, on dit que le cycle limite est un attracteur du système dynamique, car si le système n'est pas sur celui-ci, il *l'attire* à lui. Néanmoins, lors du retour sur le cycle limite, rien ne garantit que la phase à l'origine sera conservée. Comme on le verra dans le paragraphe 2, c'est grâce à cela que l'on peut synchroniser deux oscillateurs.

La conséquence de l'existence d'un cycle limite est que les équations différentielles décrivant le système doivent être non-linéaires. Pour qu'une équation différentielle soit linéaire il faut que toute combinaison linéaire de deux solutions indépendantes soit aussi solution. Donc si  $x_1$  et  $x_2$  sont solutions, il faut que  $Ax_1 + Bx_2$  soit aussi solution quel que soient  $A$  et  $B$  appartenant à  $\mathbb{R}$  (ou  $\mathbb{C}$ ). Pour qu'une équation différentielle devienne non linéaire, il suffit donc, par exemple, qu'il y ait un terme en  $x^n$  ou  $\dot{x}^n$ .



## 1.4 Quelques exemples d'oscillateurs

Dans les paragraphes qui suivent je présente deux exemples d'auto-oscillateurs, le premier de van der Pol pour son antériorité historique et le deuxième de Kim, Tiberkevich et Slavin car il a été développé pour les oscillateurs spintroniques macrospin.

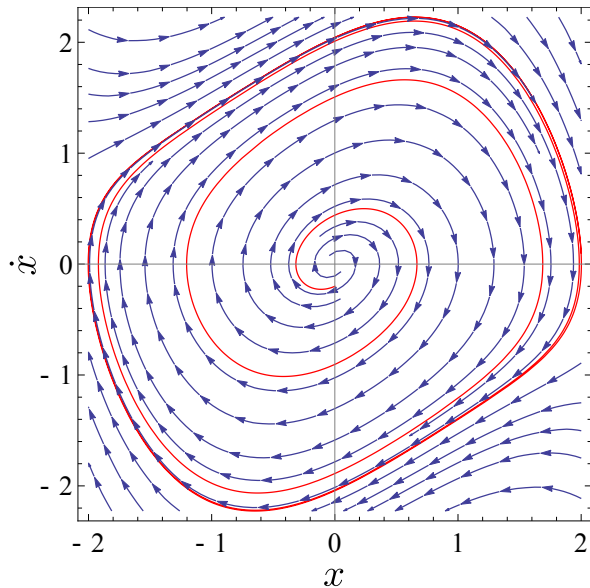
### 1.4.1 Oscillateur de van der Pol

L'oscillateur de van der Pol est probablement le modèle d'auto-oscillateur le plus connu. Il a été développé dans les années 20 [57] pour la société Philips. L'oscillateur de Van der Pol est un oscillateur harmonique à une dimension,  $x$ , (comme celui décrit par l'équation III.1 ci-avant) auquel on a ajouté un amortissement/anti-amortissement adaptatif :  $\mu(1 - x^2)\dot{x}$ . Ce modèle repose donc sur l'équation suivante :

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + x = 0 \quad (\text{III.2})$$

Le terme d'amortissement effectif n'est nul que si  $x = \pm 1$ . Si  $|x| < 1$  il se comporte comme un anti-amortissement et donne de l'énergie au système, si  $|x| > 1$ , il fait exactement l'inverse. Cela fait que le système tend toujours vers le cycle limite.

L'oscillateur de van der Pol est un excellent exemple de modèle d'auto-oscillateur. On peut remarquer que la non-linéarité a été placée sur l'(anti)-amortissement. Ce choix, tout à fait valide, n'est pas le seul, par exemple elle peut être mise sur le potentiel (terme en  $x$ ), l'inertie (terme en  $\ddot{x}$ ) ou une combinaison des trois.



**Figure III.4** – Portrait de phase de l'oscillateur de van der Pol réalisé grâce à Mathematica®. Calcul réalisé avec  $\mu = 0,5$ . La ligne rouge correspond à la résolution de l'équation différentielle pour les conditions initiales :  $x = 0$  et  $\dot{x} = -0,2$ . Les flèches bleues représentent l'attraction du cycle limite.

### 1.4.2 Modèle KTS

Le modèle KTS a été développé par Kim, Tiberkevich et Slavin, ces dernières années, de façon à modéliser les oscillateurs macrospin [58]. Les auteurs mettent en avant qu'il a été construit de façon à être le plus générique possible, permettant de l'étendre à d'autres cas, par exemple à l'oscillateur de Van der Pol que nous venons de voir. Il repose sur l'équation :

$$\frac{dc}{dt} + i\omega(|c|^2) + \Gamma_+(|c|^2)c - \Gamma_- (|c|^2)c = 0 \quad (\text{III.3})$$

Avec  $c$  qui représente l'amplitude complexe de l'oscillateur,  $|c|^2$  est donc proportionnelle à la puissance de celui-ci. Les termes  $\Gamma_+$  et  $\Gamma_-$  représentent respectivement l'amortissement et l'anti-amortissement. Ils garantissent le retour du système à son cycle limite après une perturbation. Enfin, le terme en  $\omega(|c|^2)$  permet de modéliser le caractère non isochrone<sup>6</sup> de l'oscillateur si nécessaire.

Il est possible d'exprimer les équations de l'oscillateur de van der Pol sous la forme de l'équation III.3 à condition d'accepter l'approximation consistant à ne garder que les termes résonants et de supprimer les terme non résonants<sup>7</sup> [58]. Les différents termes prennent alors la forme suivante :

$$\omega(|c|^2) = \omega_0, \quad (\text{III.4})$$

$$\Gamma_+(|c|^2) = 1/2\mu\omega_0 \quad (\text{III.5})$$

$$\Gamma_- (|c|^2) = 1/4\mu\omega_0|c|^2 \quad (\text{III.6})$$

En effet, toute la subtilité de ce modèle est dans le choix des trois termes  $\Gamma_+(|c|^2)$ ,  $\Gamma_- (|c|^2)$  et  $\omega(|c|^2)$  qui sont à définir en fonction du système décrit. Pour les oscillateurs macrospin, ces termes sont obtenus à partir de l'équation de LLG [58]. Cependant, pour l'instant, ce modèle n'a pas été adapté au cas des oscillateurs à vortex.

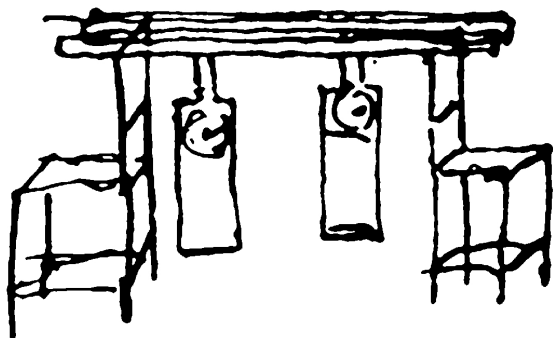
Ces deux exemples sont des modélisations possibles pour un auto-oscillateur. Evidemment il y en a une infinité. Nous verrons dans le paragraphe 5.2, que pour modéliser notre système nous avons fait des choix différents.

---

6. Un système isochrone est un système dont la fréquence propre ne dépend pas de l'amplitude. Notre exemple de pendule à balancier est isochrone seulement dans l'approximation des petits angles :  $T \approx T_0(1 + \theta_{max}^2/16)$  selon la formule de Borda.

7. En fait cela revient à considérer que certains termes sont trop « rapides » par rapport au temps caractéristique « lent » que l'on cherche à étudier (proche de la fréquence naturelle) . On considère alors que l'effet de ces termes a une moyenne nulle sur une période d'oscillation. Cette approximation exclut tous les comportements fortement non harmoniques.

## 2 Synchronisation



**Figure III.5** – Dessin de Christian Huygens illustrant son expérience de synchronisation avec deux horloges à balancier reposant sur un support commun).

La synchronisation est un phénomène que l'on retrouve dans de très nombreux systèmes naturels ou artificiels, tel que la synchronisation mutuelle du clignotement des lucioles [59] ou encore du cœur humain par un pacemaker artificiel. Les premiers écrits sur ce phénomène remontent au XVII<sup>ème</sup> siècle. Le célèbre physicien Christian Huygens (1629-1695) est un mathématicien, un astronome et un physicien néerlandais plus connu pour ses contributions au développement de l'optique ondulatoire. Il a aussi beaucoup travaillé sur l'amélioration de la précision des horloges. Suite à un problème de santé

il dut garder le lit pendant plusieurs jours. Peu après, il décrivit sa découverte dans une lettre adressée à son père :

*« Ayant été obligé de garder la chambre pendant quelques jours, et même occupé à faire des observations sur mes deux horloges de la nouvelle fabrique, j'en ai remarqué un effet admirable, et auquel personne n'aurait jamais pu penser. C'est que ces deux horloges étant suspendues l'une à côté de l'autre, à la distance d'un ou deux pieds, gardent entre elles une justesse si exacte, que les deux pendules battent toujours ensemble, sans jamais varier. Ce qu'ayant fort admiré quelque temps ; j'ai enfin trouvé que cela arrivait par une espèce de sympathie : en sorte que faisant battre les pendules par des coups entremêlés, j'ai trouvé que dans une demi-heure de temps, elles se remettaient toujours à la consonance, et la gardaient par après constamment, aussi longtemps que je les laissais aller. »*<sup>8</sup>

Huygens ne fait pas que décrire le phénomène, mais il l'analyse et le comprend de façon très précise. Dans la suite de ses écrits, il émet l'hypothèse que cette « sympathie » (que l'on appellerait aujourd'hui couplage) est causée par d'imperceptibles mouvements de la poutre en bois sur laquelle sont suspendues les deux horloges. A cette époque ce phénomène ne trouva pas de réelle application ; il fallut attendre le développement de l'électronique et des radiocommunications, pour que celui-ci soit étudié par les grands noms de la physique tel que Rayleigh (1842-1919), Appleton (1892-1965) ou van der Pol (1889-1959) aboutissant à la théorie moderne de la synchronisation que je vais introduire brièvement ici.

### 2.1 Définition

Le terme synchronisation vient des mots grecs *chronos* signifiant le temps et *syn* pour le même ou en commun. Littéralement, il exprime la notion de partage d'un temps commun. Avec des mots plus modernes, on pourrait définir la synchronisation par : « *ajustement du rythme de deux systèmes oscillants dû à un couplage faible entre eux* » [56].

Dans l'expérience d'Huygens, les deux systèmes oscillants sont deux pendules à balancier<sup>9</sup>, le faible couplage entre eux est la poutre en bois les supportant et le rythme est tout simplement leur période.

8. Christiaan Huygens à Constantin Huygens, père. 26 février 1665.

9. Qui sont, rappelons-le, des auto-oscillateurs.

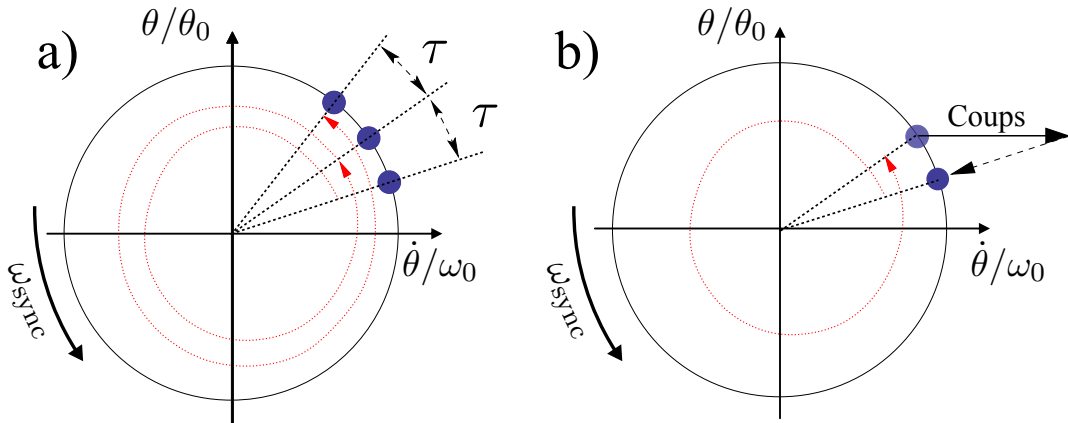
Il est important de remarquer que la fréquence des deux systèmes après synchronisation peut être différente de la fréquence naturelle de chacun des oscillateurs pris individuellement. La différence entre ces deux fréquences est appelée le désaccord de fréquence (*frequency detuning* en anglais).

Le terme de « faible couplage » est très important, car si le couplage est trop fort, on ne peut plus considérer les deux systèmes comme indépendants et il ne faut plus considérer qu'un seul système. Par exemple, pour le cas des deux horloges, si l'on fixe une barre reliant mécaniquement les deux balanciers (qui ne peuvent donc osciller qu'en rythme) ce n'est plus de la synchronisation.

Enfin, il peut arriver (et cela va être le cas dans l'expérience décrite ci-après) qu'un des deux systèmes oscillants soit « imperturbable ». Autrement dit que le couplage ne soit que dans un seul sens. L'exemple le plus parlant est celui de notre cycle circadien<sup>10</sup> qui est synchronisé sur le soleil. Il est évident que l'on se synchronise sur le soleil qui a une influence sur nous, mais en aucun cas, nous ne pouvons influencer sur lui.

## 2.2 Synchronisation et auto-oscillateur

Plaçons-nous dans le dernier cas évoqué, c.-à-d. celui où l'un des deux oscillateurs est imperturbable. Si l'on continue avec l'exemple de l'horloge à balancier, on peut très bien imaginer qu'à chaque période on donne un petit coup dans le balancier. Ici, la force du coup donne l'intensité du couplage. Si la période que l'on impose avec ces coups est légèrement différente de la période naturelle de l'horloge, celle-ci finira par se synchroniser avec ceux-ci.



**Figure III.6** – a) Représentation dans l'espace des phases, avec un repère tournant à  $\omega_{sync}$ , du décalage qu'il y a entre l'oscillateur et la force extérieure. Ici, l'oscillateur n'est pas encore synchronisé. b) Quand le couplage entre l'oscillateur et la force extérieure est suffisamment fort, celle-ci peut le forcer à se synchroniser en le *perturbant* régulièrement

Imaginons que la fréquence imposée,  $\omega_{sync}$ , soit plus petite que celle de l'oscillateur isolé,  $\omega_0$ , (et donc la période plus grande). A chaque période, l'oscillateur prend de l'avance par rapport à la période des coups. Quand la force extérieure a fait un *tour*, l'oscillateur en a fait un peu plus d'un. Ce que l'on peut voir sur la figure III.6 : si le repère tourne à la

10. c.-à-d. notre rythme biologique sur une journée qui, entre autres, définit nos phases d'éveil et de sommeil.

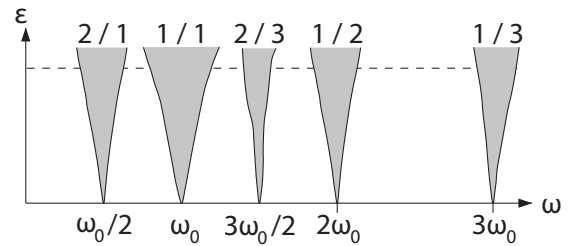
vitesse  $\omega_{\text{sync}}$ , à chaque période, le point représentant le système avance d'un certain décalage  $\tau$ . Cependant, comme nous l'avons vu, le coup correspond à une petite perturbation de l'auto-oscillateur et s'il est suffisamment fort (par rapport à la différence entre les deux fréquences) il peut forcer le balancier à rattraper son avance en changeant sa phase à l'origine des temps. Autrement dit, entre chaque coup le pendule se désynchronise et prend de l'avance, mais périodiquement, le coup le recale et il se resynchronise.

On peut faire un raisonnement similaire avec des coups possédant une période supérieure à celle de l'oscillateur libre. De même, on peut imaginer donner un coup toutes les demi-périodes ou une période sur deux il suffit d'ajuster la force de celui-ci. Enfin, bien que cela soit plus difficile à comprendre avec les mains, il est possible de donner le coup « en continu » au lieu de le donner par petites impulsions périodiquement. L'analogie mécanique devient plus délicate, il faudrait imaginer une force extérieure qui accompagnerait le balancier et le resynchroniserait en temps réel.

C'est dans ce dernier cas de figure que je vais me placer pour cette expérience : le « coup » sera une onde sinusoïdale générée par une source radiofréquence considérée comme parfaite et imperturbable.

Théoriquement, on peut synchroniser deux oscillateurs si leurs fréquences respectives ont un rapport suffisamment proche (relativement à l'intensité du couplage) de  $n/p$ , avec  $n$  et  $p$  des entiers naturels.

Si l'intensité du couplage est trop faible, le « coup » ne sera pas suffisant pour compenser le décalage entre les deux oscillateurs. Il existe donc, pour une intensité donnée et pour chaque rapport  $n/p$ , une plage de fréquence dans laquelle la synchronisation est possible (plage où le « coup » compense le décalage entre les deux oscillateurs). Généralement, plus le couplage est grand, plus cette plage est grande. Cependant, *a priori* rien ne dit que l'intensité du couplage nécessaire pour atteindre la synchronisation sera la même, quelque soit le rapport  $n/p$ . Il se peut que l'intensité demandée soit tellement forte qu'elle devienne inatteignable.



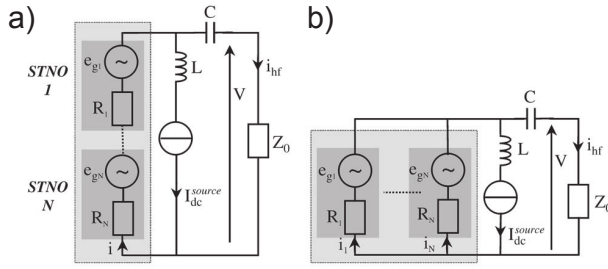
**Figure III.7** – Extrait de [56]. Représentation schématisée des langues d'Arnold. En ordonné : l'intensité du couplage, en abscisse : la pulsation de la force de synchronisation.

On peut représenter ces plages sur une carte en deux dimensions représentant l'intensité du couplage en fonction de la différence de fréquence. Les plages où la synchronisation est possible (en gris sur la figure III.7) sont appelées les langues d'Arnold ; il y en a une pour chaque  $n/p$ . Le seuil de synchronisation est l'intensité minimum de couplage qu'il faut avoir pour atteindre la synchronisation. Ce seuil peut être différent d'une langue à l'autre. On verra dans le paragraphe 6 que cette carte peut nous donner des informations sur la nature de l'auto-oscillateur.

Après cette brève introduction aux oscillateurs auto-entretenus et à leur synchronisation, je vais faire une présentation rapide des différentes expériences de synchronisation d'oscillateurs spintroniques qui ont été menées avant (et pour certaines en parallèle à) ma thèse.

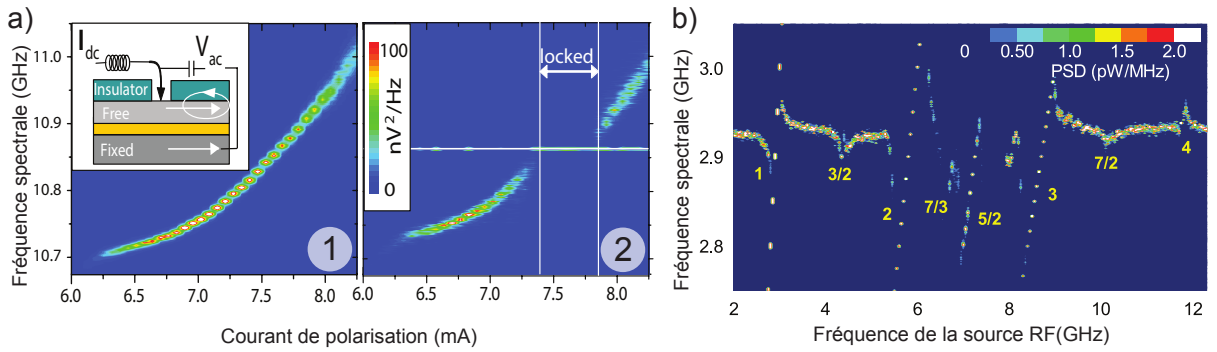
### 3 Etat de l'art sur la synchronisation des oscillateurs spintronique

L'un des principaux problèmes empêchant les oscillateurs spintroniques d'être utilisés par l'industrie est leur largeur de raie. Une des solutions envisagées pour la diminuer est d'utiliser la synchronisation. En effet, il a été démontré théoriquement que la synchronisation mutuelle d'un réseau de  $N$  oscillateurs couplés pouvait, dans le meilleur des cas, diviser leur largeur de raie par  $N$ .



**Figure III.8** – Extrait de [60]. Représentation du circuit électrique équivalent de deux oscillateurs STO branchés en a) série ou en b) parallèle

Diverses méthodes ont été envisagées pour coupler les oscillateurs entre eux. La première a été introduite théoriquement en 2005 par Slavin *et al* [61] qui proposent un réseau de STO macrospin couplés par leur champ dipolaire. D'autres théories ont suivi, Grollier *et al* [62] proposent un réseau d'oscillateurs couplés électriquement en parallèle. Cette théorie est complétée peu après par George *et al* [60], de la même équipe, au cas en série ou aux configurations mixtes. Il ressort de ces études que le paramètre clef est le déphasage subi par le signal RF entre deux oscillateurs.



**Figure III.9** – a) Adapté de [63]. Expérience menée sur un STO macrospin nanocontact (1) Carte couleur de spectre en fonction du courant de polarisation. On voit clairement la fréquence évoluer avec le courant. (2) même expérience, mais avec l'ajout d'une onde RF, en plus du courant dc, de fréquence 10,86 GHz et d'amplitude RMS 410  $\mu$ A. On voit une plage de synchronisation lorsque la fréquence naturelle est proche de la fréquence de la RF. b) Adapté de [64]. Expérience réalisée sur un STO macrospin nanopilier. Carte couleur de spectre en fonction de la fréquence de l'onde RF injectée. On peut remarquer plusieurs plages de synchronisation pour des valeurs entières ou fractionnelles de la fréquence naturelle.

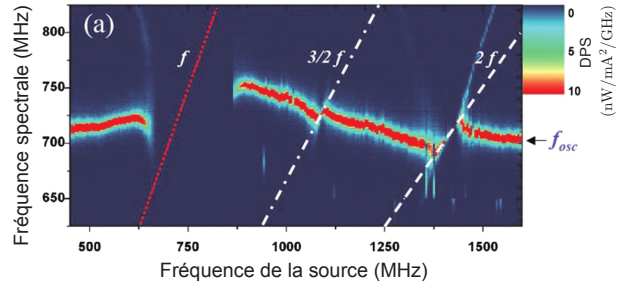
Comme nous l'avons vu, il existe deux formes de synchronisation : la synchronisation mutuelle entre deux oscillateurs et la synchronisation entre un oscillateur et une force extérieure imperturbable. Évidemment, le deuxième cas ne réglerait pas le problème de la largeur de raie (s'il faut un autre oscillateur « parfait » pour améliorer l'oscillateur spintronique, autant utiliser directement l'oscillateur « parfait »). Cependant, cela permet

d'étudier les mécanismes de la synchronisation dans ces systèmes, la force extérieure servant de sonde. Ici, nous allons nous concentrer sur ce cas.

Le premier résultat de synchronisation d'oscillateur spintronique a été réalisé par Ripard *et al* [63]. Ces mesures ont été réalisées sur des STO macrospin de type nanocontact. Elles ont permis de retrouver expérimentalement, les prévisions théoriques comme l'augmentation de la plage de synchronisation avec la puissance de l'onde RF. Peu après George *et al* [65] réalisent une expérience similaire, mais sur des systèmes nanopiliers. Avec l'arrivée des oscillateurs à vortex, plusieurs équipes ont commencé à étudier la synchronisation de ces derniers sur une source RF. On peut par exemple citer Lehndorff *et al* [66].

Cependant, toutes ces expériences consistent en des synchronisations de type 1 : 1, c'est-à-dire que l'onde RF, a une fréquence proche de la fréquence naturelle,  $f_0$ . Or, la théorie de la synchronisation prédit que l'on peut, théoriquement, synchroniser un oscillateur avec n'importe quelle fréquence  $n/p f_0$  avec  $n$  et  $p$  des nombres entiers (cf. 2.2 ci-avant). Avant le commencement de ce travail, le seul article montrant des mesures de synchronisation fractionnelle est celui de Urazhdin *et al* [64] sur des oscillateurs macrospin.

En parallèle de ma thèse, d'autres équipes de recherche ont elles aussi étudié les phénomènes de synchronisation fractionnelle. On peut citer l'exemple de Dussaux *et al* [67] qui l'étudie sur des oscillateurs à vortex. On peut remarquer que contrairement à notre cas (cf. 4.3) la plage de synchronisation est plus grande quand l'onde RF à une fréquence autour de  $f_0$  que lorsqu'elle est autour de  $2f_0$ . Cependant dans leur cas le vortex est l'état de plus basse énergie de la couche libre et le polariseur est uniforme avec une composante hors du plan.



**Figure III.10** – Adapté de [67]. Expérience réalisée sur un oscillateur à vortex nanopilier. Carte couleur de spectre en fonction de la fréquence de l'onde RF injectée. On peut voir 3 plages de synchronisation pour une fréquence de modulation proche de  $f_0$  de  $3/2f_0$  et de  $2f_0$



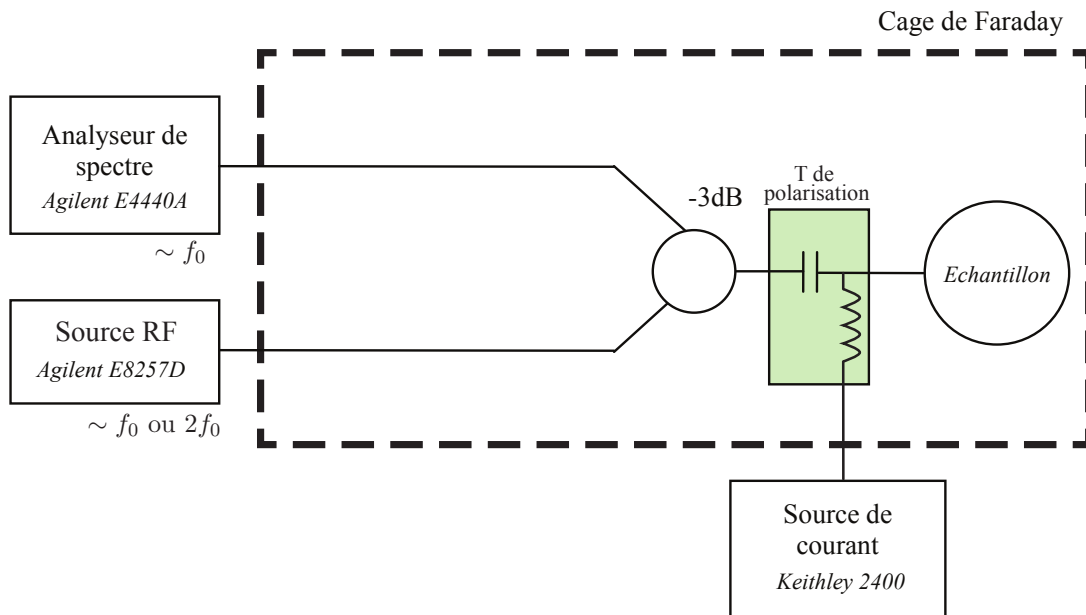
## 4 Expérimentation

Je vais maintenant présenter les mesures de synchronisation que j'ai effectuées sur notre oscillateur à vortex. Dans un premier paragraphe, je décris en détail le banc de mesure utilisé, puis je montrerai les résultats expérimentaux et ce que l'on peut en extraire.

### 4.1 Banc expérimental

En quelques mots, le principe de base de la mesure est le suivant :

- On polarise notre échantillon en courant et en champ continu pour que le vortex soit dans un état oscillant (cela crée notre auto-oscillateur ; pour plus de détail se référer au chapitre II).
- En plus du courant continu, on ajoute un courant RF, celui-ci agira comme un oscillateur imperturbable couplé à notre oscillateur à vortex. Sa fréquence est choisie soit proche de la fréquence naturelle de l'oscillateur à vortex,  $f_0$ , soit proche du double de cette fréquence,  $2f_0$ .
- Enfin, en parallèle on mesure la réponse spectrale de l'oscillateur grâce à un analyseur de spectre.



**Figure III.11** – Schéma du banc expérimental utilisé pour faire les mesures de synchronisation.

Nous avons vu au chapitre II paragraphe 2 (page 34), comment l'analyseur de spectre est connecté à l'échantillon grâce au T de polarisation. Cependant, pour réaliser notre expérience de synchronisation, on doit connecter deux appareils : l'analyseur de spectre et la source RF. Pour cela, j'utilise un diviseur de puissance (*power divider* en anglais) qui divise en deux parts égales les signaux<sup>11</sup>.

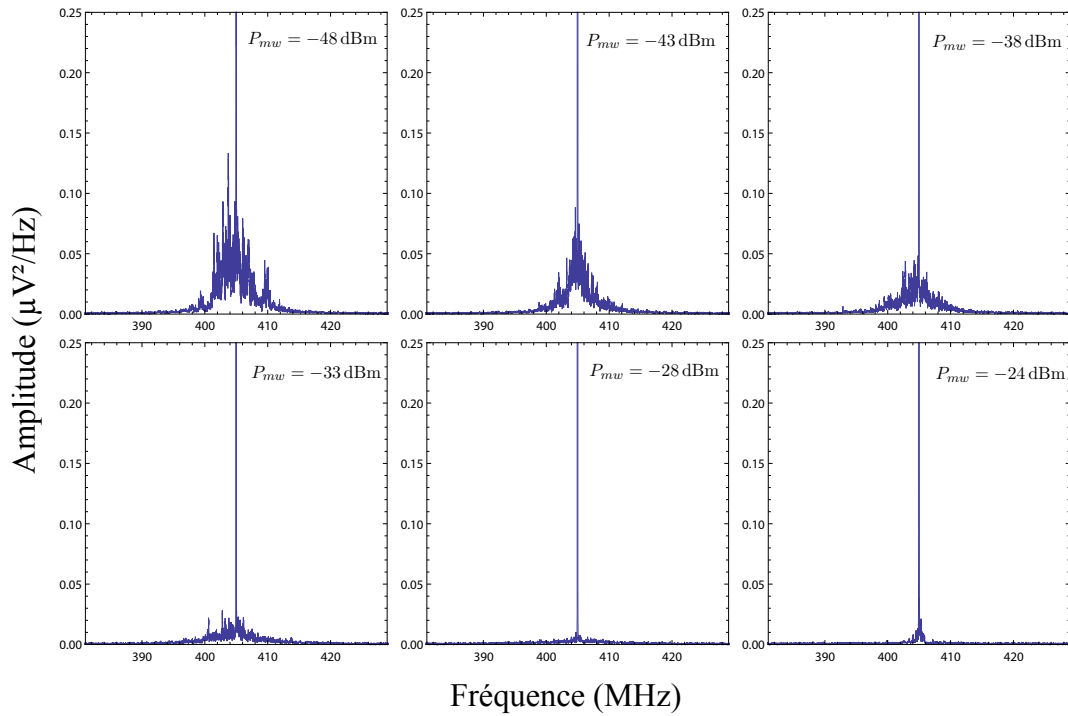
11. Dit autrement, lorsqu'un signal rentre par l'une des entrées du diviseur de puissance la moitié de celui-ci ressort dans chacune des deux autres sorties, il faut donc prendre en compte une atténuation d'environ 3 dB. Une autre solution aurait été d'utiliser un circulateur, mais cela pose un problème majeur : si l'on veut une bonne isolation, la bande passante d'un tel composant est très réduite ce qui ne permet pas d'envoyer une onde à  $2f_0$  tout en mesurant à  $f_0$ .



Dans toute cette partie, j'appellerai la puissance de l'onde RF  $P_{mw}$  et sa fréquence  $f_{mw}$ . De plus, je garderai les conventions du chapitre précédent pour l'échantillon, c.-à-d.  $f_0$  pour sa fréquence naturelle et  $P_s$  pour l'amplitude du pic de la fondamentale. Enfin pour des raisons de confort d'interprétation, tous les spectres suivants sont corrigés en amplitude de l'atténuation due au banc expérimental (soit 4,5 dB) et sont ramenés en  $\mu V^2/\text{Hz}$  ou en dBm.

## 4.2 Expériences en fonction de la puissance de la source RF

### 4.2.1 Premier spectre de synchronisation



**Figure III.12** – Spectres du signal d'un échantillon autour de  $f_0 = 405$  MHz, soumis à une onde RF de même fréquence, en superposition l'onde RF elle-même. Les graphes sont tronqués en ordonnée de façon à voir le signal de l'oscillateur à vortex.

La mesure de synchronisation la plus simple est d'envoyer une onde RF avec une fréquence égale à la fréquence naturelle de l'oscillateur<sup>12</sup>. La fréquence étant fixée, on peut jouer sur la puissance envoyée. Donc, on fait une série de spectres en augmentant la puissance. La figure III.12 nous permet de constater qu'il y a deux régimes séparés par une transition ou graduellement le bruit diminue :

- le régime **non synchronisé** : pour des puissances inférieures à -43 dBm ; le pic a une forme similaire au cas sans onde RF injectée. Il est plutôt bruyant avec une largeur de raie de l'ordre d'une dizaine de MHz, plus grande que sans RF et une amplitude

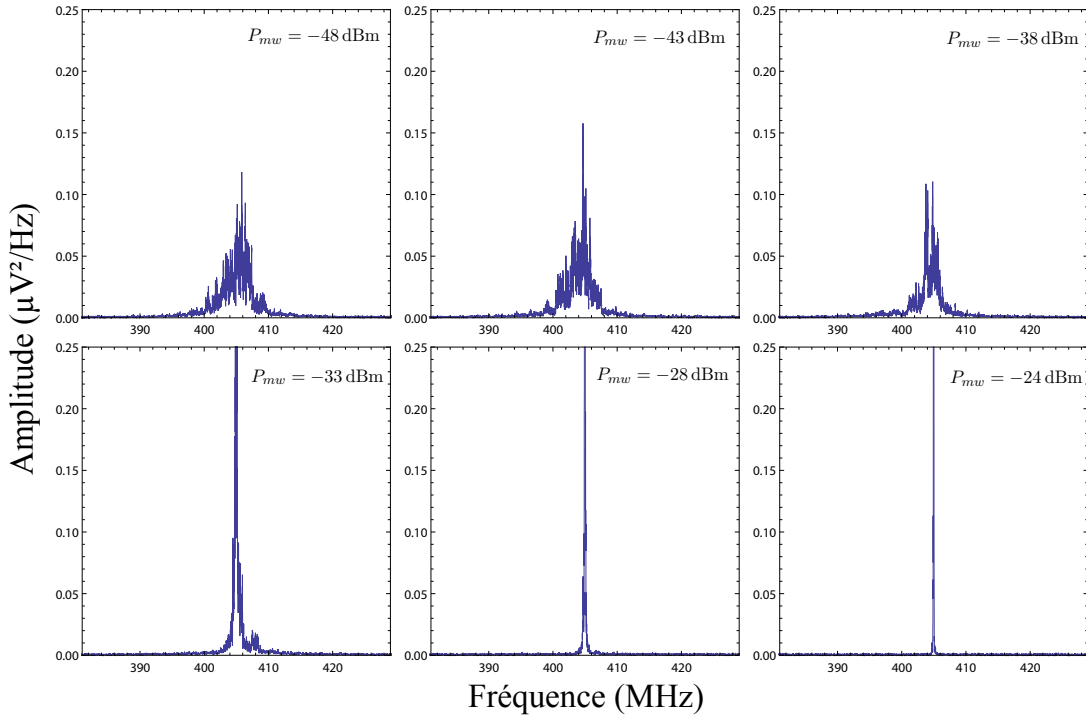
12. Il n'est pas vraiment possible de connaître la fréquence exacte de l'oscillateur ; principalement pour deux raisons : le pic a une certaine largeur de raie et comme il est asymétrique, le maximum du pic n'est pas réellement  $f_0$ . De plus le pic a un *jitter* c.-à-d. que la fréquence du maximum change légèrement (de l'ordre du MHz) au cours du temps. La fréquence que je choisis est donc quelque peu arbitraire, mais au plus proche de ce qui est techniquement faisable.

de l'ordre de  $0,1 \mu\text{V}^2/\text{Hz}$ . En superposition on voit l'onde RF injectée<sup>13</sup>.

- le régime **synchronisé** (aussi appelé verrouillé ou *locked*) : pour des puissances supérieures à  $-28 \text{ dBm}$  ; le bruit à presque disparu, le signal de l'oscillateur à vortex est confondu avec celui de la source RF, il ne reste de visible qu'un peu de bruit à la base du pic extrêmement fin. La présence de ce « pied » nous permet de s'assurer que le vortex est toujours en mouvement est que l'on ne mesure pas que le signal de la source RF qui n'a pas un tel bruit. La largeur de raie est alors de l'ordre du kHz.

De cette expérience on en conclut qu'il est possible de synchroniser notre oscillateur à vortex avec une onde RF ayant une fréquence très proche de la fréquence naturelle. De plus on a constaté que pour obtenir la synchronisation, il fallait passer un seuil de puissance.

#### 4.2.2 Synchronisation à $2f_0$

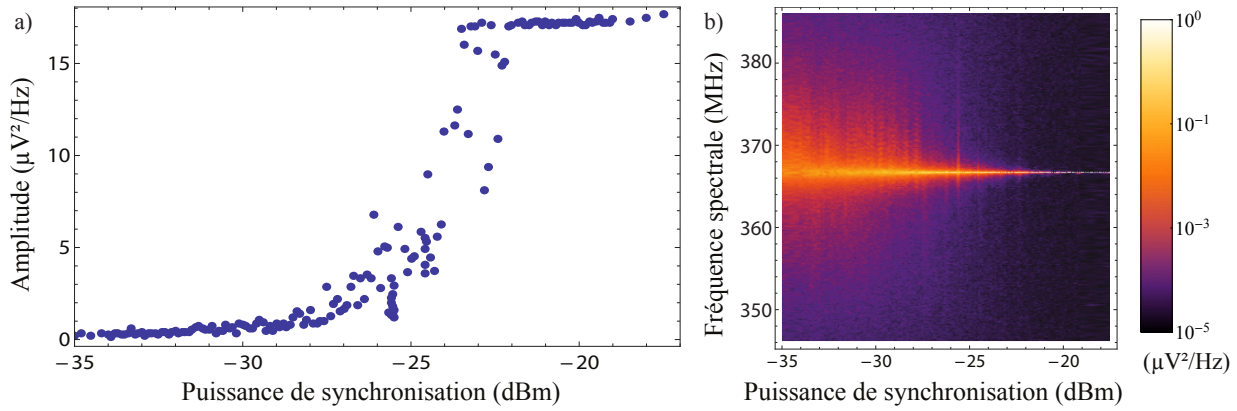


**Figure III.13** – Spectres du signal de l'échantillon autour de  $f_0 = 405 \text{ MHz}$ , soumis à une onde RF ayant une fréquence double à celle-ci ( $f_{mw} = 2f_0$ ). Les graphes sont là aussi tronqués pour pouvoir facilement comparer avec la figure III.12 tronquée.

Le problème de cette première mesure est que le signal de l'oscillateur à vortex est « masqué » par celui de la source RF. Grâce au bruit, on peut être sûr que le signal est toujours là, mais on ne peut pas connaître son amplitude. Pour remédier à ce problème, l'astuce consiste à envoyer une onde ayant une fréquence de deux fois la fréquence naturelle de l'oscillateur tout en continuant à mesurer les spectres autour de celle-ci. On refait donc la même série de mesure et là encore, on retrouve les deux régimes : non synchronisé et

13. Sur les graphes j'ai zoomé de façon à couper l'onde RF qui est très grande par rapport au signal de l'oscillateur à vortex. Par effet d'échelle, celui-ci serait invisible. Une deuxième solution est de supprimer les points correspondant à l'onde injectée de façon à bien voir le signal de l'oscillateur.

synchronisé (cf. figure III.13). On a donc une confirmation de notre première expérience de synchronisation : celle-ci a bien pour effet de rendre le signal de l'échantillon spectralement plus pur en affinant la largeur de raie et en augmentant l'amplitude du pic.



**Figure III.14** – a) Extraction de l'amplitude du pic de la fondamentale en fonction de la puissance de synchronisation injectée, b) Carte couleur des spectres ayant servi à extraire les points de la courbe a).

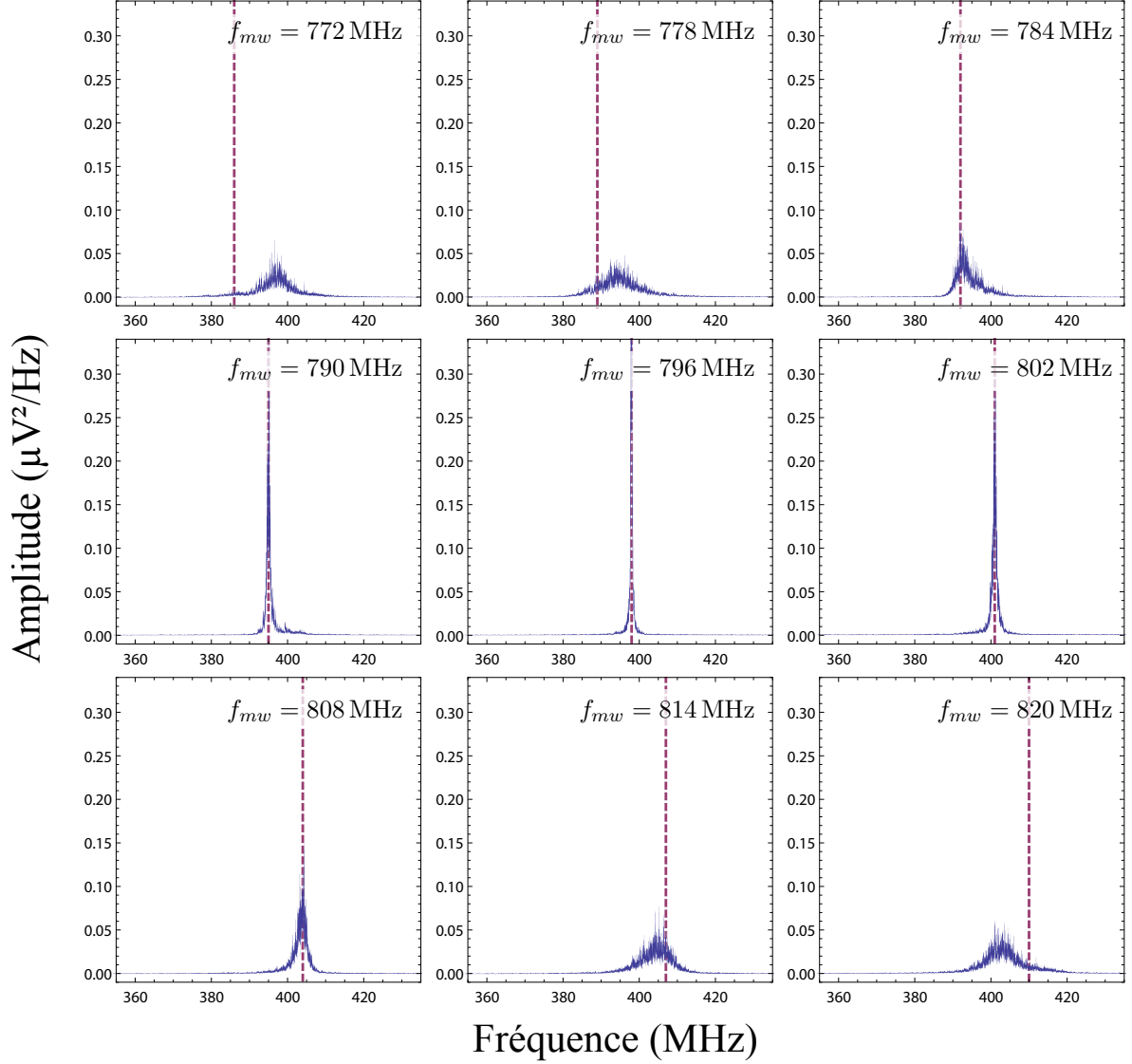
Comme l'onde RF ne nous dérange plus, on peut extraire l'amplitude du pic en fonction de la puissance de l'onde RF. On refait donc la même expérience, mais avec plus de points et pour chaque valeur de puissance de l'onde injectée on relève l'amplitude du maximum du pic en  $f_0$ . La courbe obtenue (courbe III.14.a) nous montre bien les deux régimes observés précédemment : non-synchronisé et synchronisé séparés par une transition très rapide entre les deux. Nous pouvons définir un seuil de synchronisation aux alentours de -24 dBm. La transition n'est pas complètement stable. En effet, on peut remarquer qu'il y a quelques décrochages (entre -26 et -22 dBm sur la figure) que l'on voit mieux sur la représentation en carte couleur (figure III.14.b).

### 4.3 Expériences en fonction de la fréquence de la source RF

On peut donc synchroniser notre oscillateur à vortex avec une onde RF ayant une fréquence égale à  $f_0$  ou à  $2f_0$ . Jusqu'à présent la variable utilisée a été la puissance de l'onde RF, mais l'on peut aussi faire varier la fréquence. Si comme au paragraphe précédent, on injecte une onde RF proche de  $2f_0$  (soit 796 MHz pour notre exemple<sup>14</sup>) et que l'on balaye sa fréquence dans une plage autour de celle-ci (dans notre exemple, figure III.15, de 772 à 820 MHz). On constate qu'il y a, là encore, les deux mêmes régimes :

- **le régime non synchronisé** : pour des fréquences inférieures à 790 MHz ou supérieures à 802 MHz ; L'onde RF perturbe l'échantillon et n'améliore en rien le signal émis. La pureté spectrale du signal observé est très mauvaise, moins bonne que sans onde RF.
- **le régime synchronisé** : pour des fréquences entre 790 et 802 MHz ; Le bruit et le *jitter* ont presque disparu, le pic a une très fine largeur de raie et une grande amplitude.

14. Ces mesures n'ont pas été réalisées sur les échantillons utilisés précédemment. Malheureusement les échantillons sont relativement fragiles et finissent par *mourir*.

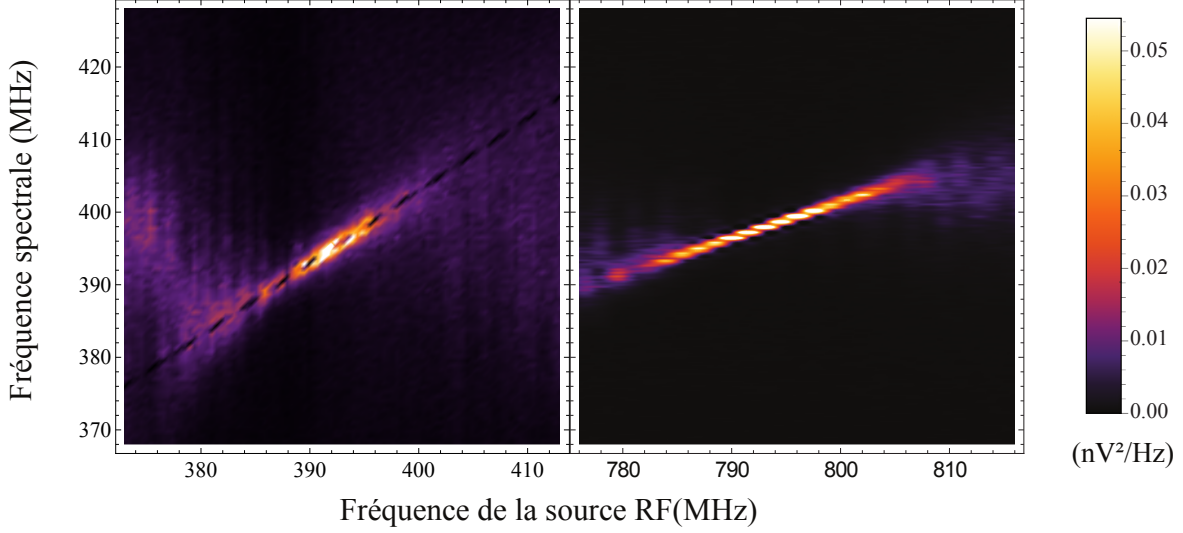


**Figure III.15** – Spectres du signal de l'échantillon autour de  $f_0 = 398$  MHz, soumis à une onde RF ayant une fréquence proche du double de celle-ci et d'une puissance de -20 dBm. Les graphes sont là aussi tronqués selon l'ordonnée. La ligne pointillée représente la moitié de la fréquence de la source RF.

Là encore, la transition est graduelle : plus  $f_{mw}$  se rapproche de  $2f_0$  plus la synchronisation est efficace et le signal pur spectralement. On peut donc définir une plage fréquentielle de synchronisation (*locking range* en anglais) qui dans cet exemple s'étend de 790 à 802 MHz. On verra par la suite que la taille de cette plage dépend de la puissance de l'onde RF ; plus celle-ci est puissante, plus la plage est grande.

On peut faire une expérience similaire, mais avec une fréquence  $f_{mw}$  proche de  $f_0$ . On observe également une plage de synchronisation. Cependant, la mesure est un peu plus délicate à interpréter, car le signal de la source RF cache celui de l'oscillateur.

On remarque que, pour une puissance donnée, la plage de synchronisation autour de  $2f_0$  est plus grande que celle autour de  $f_0$ . Un moyen plus explicite de le représenter est de relever la fréquence du maximum du pic pour chaque spectre (en ayant pris soin de soustraire le pic correspondant à la source RF) et de tracer cette fréquence divisée par la

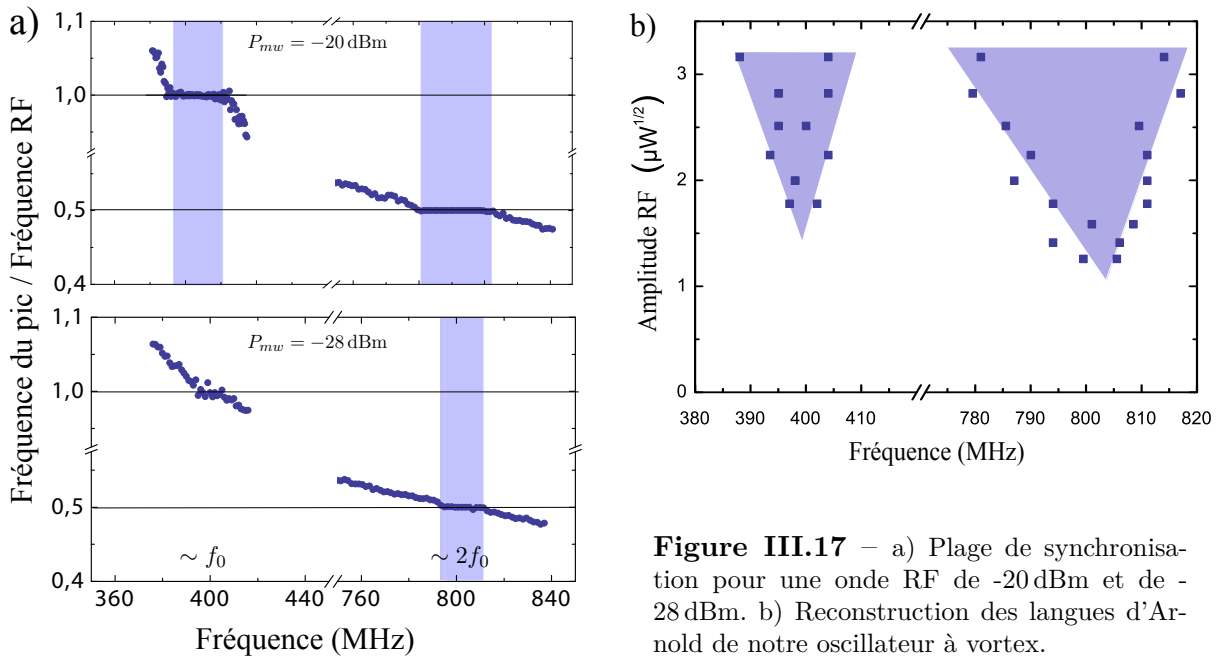


**Figure III.16** – Signal de l'échantillon autour de  $f_0 = 398$  MHz, soumis à une onde RF ayant une fréquence proche de celle-ci (gauche) ou du double (droite) et d'une puissance de -20 dBm. Sur la carte de gauche, l'onde RF a été supprimée pour faire ressortir le bruit au pied du signal ce qui permet de bien voir la plage de synchronisation. Ici les cartes couleur ne sont pas en échelle logarithmique (cf. la section 5.2 page 110 du chapitre IV pour une explication détaillée sur les cartes couleur).

fréquence de la source RF en fonction de cette dernière. Sur cette représentation (que l'on peut voir sur la figure III.17.a) les plages de synchronisation correspondent aux plateaux horizontaux d'ordonnée 1 ou 1/2.

#### 4.4 Construction des langues d'Arnold

Fort de cette observation, on peut se demander si la plage de synchronisation autour de  $2f_0$  est toujours plus grande que celle autour de  $f_0$ . Pour répondre à cela, on peut refaire l'expérience précédente pour différentes puissances.



**Figure III.17** – a) Plage de synchronisation pour une onde RF de -20 dBm et de -28 dBm. b) Reconstruction des langues d'Arnold de notre oscillateur à vortex.

Sur la figure III.17.a, on voit l'extraction des fréquences à deux puissances différentes : -20 et -28 dBm. Pour -20 dBm il y a bien deux plages de synchronisation. Par contre, pour -28 dBm, on voit alors que la plage de synchronisation autour de  $2f_0$  est toujours clairement présente, celle autour de  $f_0$  n'est plus distinguable. La puissance nécessaire pour atteindre la synchronisation est donc plus faible lorsque la fréquence de la RF est proche de  $2f_0$ , que lorsqu'elle est proche de  $f_0$ .

En extrayant le début et la fin de chaque plage de synchronisation, on peut reconstruire les langues d'Arnold décrites dans le paragraphe 2.2. Cela permet de conclure que la plage de synchronisation est toujours plus grande autour de  $2f_0$  que de  $f_0$ .



*Remarque : et les autres  $n/p$  ?*

En effet, la théorie de la synchronisation prédit qu'il est possible de synchroniser deux oscillateurs si leurs fréquences respectives ont un rapport suffisamment proche de  $n/p$ , avec  $n$  et  $p$  des entiers naturels. Par contre elle ne dit rien sur l'amplitude du couplage nécessaire pour atteindre le régime synchronisé. D'où l'intérêt de faire appel à la théorie de Mathieu (que je développerai par la suite).

Celle-ci prédit que la synchronisation est plus facile pour tout rapport de fréquence  $f_{mw}/f_0$  proche de  $2/n$  et que plus on s'éloigne de ces valeurs ou plus  $n$  devient grand, plus la synchronisation demande de puissance.

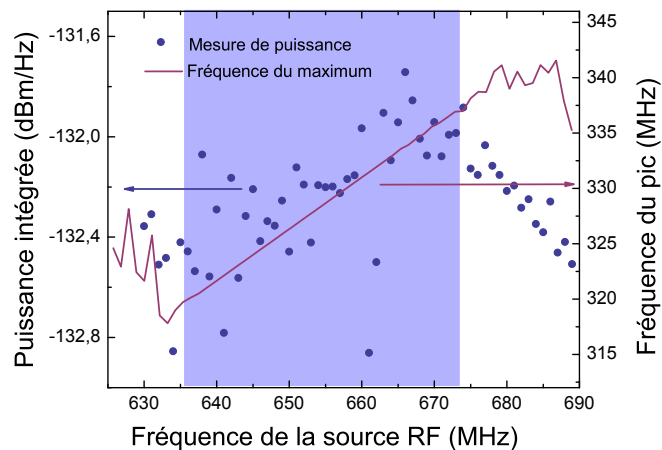
Expérimentalement, j'ai montré qu'il était plus facile de synchroniser pour  $n = 1$  ( $f_{mw} = 2f_0$ ) que pour  $n = 2$  ( $f_{mw} = f_0$ ). Par contre cela n'est plus possible pour  $n = 4$ .

Je n'ai pas fait toutes les combinaisons, mais par exemple, j'observe que c'est encore possible pour  $f_{mw} = 3f_0$ , ce qui ferait un rapport d'environ 0,66, inférieure à  $n = 1$ , mais que cela demande beaucoup plus de puissance. Pour  $f_{mw} = 4f_0$  (inférieure à  $n = 1$ ) ou  $f_{mw} = 3/2f_0$  (entre  $n = 1$  et  $n = 2$ ) cela devient impossible.

## 4.5 Conservation de la puissance intégrée

En voyant les courbes III.14, lorsque l'oscillateur est synchronisé, on peut se demander s'il émet un signal plus puissant ou si la puissance émise est juste concentrée sur une plus petite bande spectrale. En effet, il est à priori difficile de conclure : l'amplitude augmente, mais en parallèle, la largeur de raie diminue. Pour répondre à cette question, j'ai utilisé un mode particulier de l'analyseur de spectre qui mesure la puissance intégrée sur une bande de fréquence (le mode *channel power*). Cette mesure donne la puissance du signal ramenée à la bande de fréquence choisie : en dBm/Hz.

La figure III.18 représente la puissance sur une bande spectrale de 50 MHz autour de  $f_0$  pour différentes valeurs de  $f_{mw}$ . On remarque que, bien qu'il y ait un bruit important lié au bruit d'amplitude décrit dans le chapitre II paragraphe 3.4 (page 45), la puissance émise ne varie pas vraiment entre les deux régimes.



**Figure III.18** – Les points représentent la mesure de la puissance intégrée émise par un échantillon lors d’une mesure de synchronisation à  $2f_0$ . La bande fréquentielle utilisée est de 50 MHz. La ligne continue est l’extraction de la fréquence du maximum du pic. La puissance de l’onde RF est de -16 dBm. La moyenne de la puissance intégrée est de -132 dBm/Hz avec un écart type de 0,2 dBm/Hz. Sans onde RF, la puissance intégrée émise est de -130 dBm/Hz. La zone bleue correspond à la plage de synchronisation

## 4.6 Conclusion sur la partie expérimentale

Dans cette partie, j’ai montré qu’il était possible de synchroniser un oscillateur à vortex avec une onde RF proche de sa fréquence naturelle ou du double de celle-ci. La synchronisation se manifeste par un amincissement de la largeur de raie et une augmentation de l’amplitude. Enfin, j’ai mis en évidence, grâce aux langues d’Arnold, que le seuil de puissance nécessaire pour obtenir le régime de synchronisation est plus petit à  $2f_0$  qu’à  $f_0$ . Dans les paragraphes suivants nous verrons que cette caractéristique est une signature d’un oscillateur paramétrique.

## 5 De l'équation de Thiele à l'oscillateur paramétrique

Dans le chapitre I, nous avons vu que les vortex magnétiques sont des configurations micromagnétiques composées d'un grand nombre de moments chacun décrit par deux variables<sup>15</sup>. Analytiquement, il n'est pas possible de considérer individuellement chaque variable ; cette approche n'est pas viable, car leur nombre est bien trop grand. Au début des années 70, Thiele [26] propose une approche qui permet de réduire le problème à seulement deux variables définissant les coordonnées du centre du vortex et un petit nombre de paramètres.

Il est parti de l'équation LLG et l'a intégré sur l'ensemble des moments magnétiques, puis a formulé le résultat dans une forme semblable aux équations newtoniennes de la dynamique des solides<sup>16</sup>. Dans ce cas il considère le vortex comme un objet « solide » sur lequel des forces s'appliquent. Dans cette première approche, l'équation de Thiele ne contient pas de terme d'inertie (ce qui signifie que le vortex est considéré comme indéformable). Plus tard, on rajoutera ce terme [27], dans ce cas on parle d'équation de Thiele généralisée.

Avec l'avènement de la spintronique, une nouvelle force est ajoutée de façon à prendre en compte le couple de transfert de spin (STT). Aujourd'hui encore l'expression mathématique de ce terme est en discussion dans la communauté ; on reviendra sur ce point dans la section 3.3. La figure III.19 donne un résumé des différents termes et de leur signification physique.

**Force de rappel** : elle dérive du potentiel dans lequel se trouve le vortex.  $W(\mathbf{X})$  est l'énergie magnétique totale en fonction de sa position.

**Force du STT** : force qui excite le vortex et peut compenser l'amortissement

$$\underbrace{\mathbf{G} \times \dot{\mathbf{X}}}_{\text{Force gyrotropique}} - \underbrace{\frac{\partial W}{\partial \mathbf{X}}}_{\text{Force de rappel}} - \underbrace{\eta \dot{\mathbf{X}}}_{\text{Force d'amortissement}} + \underbrace{\mathbf{F}_{\text{STT}}}_{\text{Force du STT}} = 0$$

**Force gyrotropique** : elle contraint le vortex à tourner autour de son point d'équilibre

**Force d'amortissement** : force dissipative qui ralentit le vortex

**Figure III.19** – Les différents termes de l'équation de Thiele *simple* et leur signification physique. Voir chapitre I paragraphe 4 (page 21) pour plus de détails

Dans cette partie, grâce ces éléments, je vais commencer par présenter le modèle habituellement utilisé pour les oscillateurs à vortex. Ce modèle étant insuffisant pour décrire

15. deux et non trois, car on considère que leur norme reste constante.

16. En fait, la démonstration de Thiele, ne se limite pas au vortex magnétique, mais est valable pour toute configuration micromagnétique qui peut se déplacer sans se déformer. A l'origine, elle a été développée pour les parois magnétiques.



notre système d'auto-oscillateur nous avons dû en développer un nouveau. Je présenterai donc ce nouveau modèle et je montrerai à partir d'une approche analytique et numérique ce qu'il permet de comprendre les résultats obtenus expérimentalement.

### 5.1 Le cas simple : Modèle sans masse et avec potentiel harmonique

Pour commencer, je vais présenter le cas le plus simple. On le retrouve dans plusieurs publications sur la dynamique des vortex tel que [68], [25] et [69]. Ce modèle néglige la masse du vortex et considère que le potentiel est harmonique. L'équation de Thiele devient donc :

$$\mathbf{G} \times \dot{\mathbf{X}} - \frac{\partial W}{\partial \mathbf{X}} - \eta \dot{\mathbf{X}} + \lambda I_{dc} \cdot \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{X} = 0 \quad (\text{III.7})$$

avec comme déjà défini au chapitre I :

- $\hat{\mathbf{z}}$  le vecteur unitaire dans la direction z, perpendiculaire à la couche mince
- $\mathbf{G} = -G_0 \cdot \hat{\mathbf{z}}$  Gyrovecteur, il est directement issu du calcul de Thiele. Il modélise le fait que le vortex tourne autour du centre du plot magnétique. On peut comparer cela à un électron soumis à un champ magnétique
- $\eta > 0$  Coefficient d'amortissement, nous ferons l'hypothèse qu'il est scalaire (et non tensoriel) de façon à ne pas alourdir excessivement les calculs
- $\lambda$  Coefficient d'efficacité du STT que l'on considère comme étant scalaire et indépendant de  $\mathbf{X}$ . Il doit être positif pour que le STT s'oppose au damping.
- $W(\mathbf{X})$  Potentiel dans lequel se trouve le vortex. Il est dû aux différents champs magnétiques (champ d'Ampère, démagnétisant, appliqué ...)
- $I_{dc}$  Intensité du courant de polarisation
- $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$  La position du cœur du vortex dans le plan de la couche mince

Dans ce cas le potentiel choisi est harmonique, il a pour rôle de ramener le cœur du vortex vers le centre comme s'il y avait un ressort :

$$W(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \kappa \mathbf{X}^2 \quad (\text{III.8})$$

A partir des définitions précédentes, on obtient immédiatement :

$$\begin{aligned} \mathbf{G} \times \dot{\mathbf{X}} &= \begin{pmatrix} 0 & G_0 \\ -G_0 & 0 \end{pmatrix} \dot{\mathbf{X}}, & -\frac{\partial W}{\partial \mathbf{X}} &= -\begin{pmatrix} \kappa & 0 \\ 0 & \kappa \end{pmatrix} \mathbf{X} \\ \text{et } \lambda I_{dc} \cdot \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{X} &= \lambda I_{dc} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{X} \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

Donc en injectant tous les éléments que l'on vient de calculer dans l'équation d'origine III.7 cela donne l'équation vectorielle différentielle suivante :

$$\begin{pmatrix} -\eta & G_0 \\ -G_0 & -\eta \end{pmatrix} \dot{\mathbf{X}} - \begin{pmatrix} \kappa & \lambda I_{dc} \\ -\lambda I_{dc} & \kappa \end{pmatrix} \mathbf{X} = 0 \quad (\text{III.10})$$

Les solutions qui nous intéressent sont les solutions périodiques circulaires, dans le plan des couches minces de la forme<sup>17</sup> :

$$\mathbf{X} = R_0 \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{pmatrix} \quad (\text{III.11})$$

Cette solution a pour avantage d'avoir une dérivée *pratique* pour la suite des calculs :

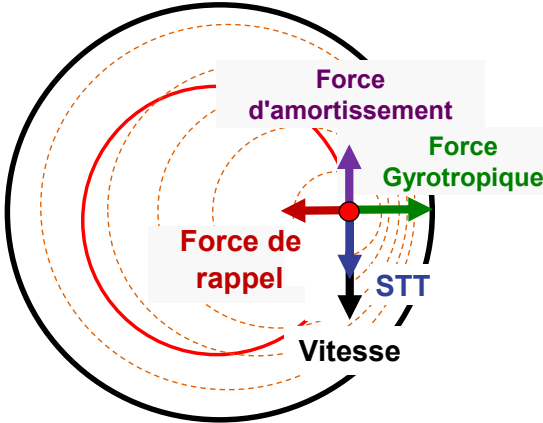
$$\dot{\mathbf{X}} = \omega \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{X} \quad (\text{III.12})$$

donc en injectant cette solution dans III.10

$$R_0 \begin{pmatrix} G_0\omega - \kappa & \eta\omega - \lambda I_{dc} \\ -(\eta\omega - \lambda I_{dc}) & G_0\omega - \kappa \end{pmatrix} \mathbf{X} = 0 \quad (\text{III.13})$$

Cette dernière équation a une solution si et seulement si le déterminant de la matrice est nul, ce qui nous donne l'équation que l'on cherchait :

$$(G_0\omega - \kappa)^2 + (\eta\omega - \lambda I_{dc})^2 = 0 \quad (\text{III.14})$$



**Figure III.20** – Inspiré de [25]. Représentation des différentes forces mises en jeu. Cette représentation montre graphiquement l'équilibre décrit par l'équation III.15 : la fréquence est le résultat d'une compétition entre la force gyrotropique ( $\propto G_0$ ) et celle de rappel ( $\propto \kappa$ ) d'un côté et la force d'amortissement ( $\propto \eta$ ) et celle du STT ( $\propto \lambda$ ).

L'équation III.14 s'appelle l'équation de stabilité. Elle donne la condition nécessaire pour que le système soit dans un état stationnaire d'oscillation circulaire. Dans cet exemple, elle permet de connaître la fréquence en fonction des paramètres. Puisque la somme de deux nombres carrés ne peut être nulle que s'ils sont eux même nuls. On a donc :

$$\omega = \frac{\kappa}{G_0} = \frac{\lambda I_{dc}}{\eta} \quad (\text{III.15})$$

<sup>17</sup>. Ici, j'ai choisi d'imposer la phase à l'origine à zéro, car cela clarifie les calculs et n'influence pas les résultats.

Cette relation met en avant le fait que la fréquence de l'oscillation,  $\omega$ , est issue d'une compétition entre l'amortissement  $\eta$  et le courant  $\lambda I_{dc}$  ; mais aussi entre le terme gyrotrope  $G_0$  et celui de rappel  $\kappa$ . On retrouve, à travers cette équation, l'équilibre entre les quatre forces mises en jeu discutées dans le chapitre I section 4 (page 21).

Une autre approche consiste à poser  $z = x + iy$ , de combiner les deux dimensions ( $x$  et  $y$ ) de l'équation III.10 et de résoudre l'équation complexe associée :

$$(G_0 - +i\eta)\dot{z} - (\kappa + i\lambda I_{dc})z = 0 \quad (\text{III.16})$$

en posant la solution  $z = R_0 e^{i\omega t}$ . Évidemment cela donne le même résultat.

Le problème est que ce modèle d'oscillateur n'a pas de cycle limite, ce n'est pas un auto-oscillateur. Cela vient du fait que l'équation est linéaire. Comme nous l'avons vu au paragraphe 1.2, un modèle d'auto-oscillateur est forcément non linéaire. Sinon, tout multiple de la solution est lui-même solution.

## 5.2 Modèle avec potentiel de confinement et inertie

Pour modéliser notre problème, il faut donc rajouter des « ingrédients ». La plus grande faiblesse de l'approche précédente est de donner une équation différentielle linéaire ce qui interdit l'existence d'un cycle limite. Pour remédier à cela, il faut ajouter au moins un terme non linéaire. Deux solutions se présentent à nous : soit on l'ajoute au sein du terme d'amortissement effectif (amortissement et/ou anti-amortissement ; comme l'oscillateur de van der Pol), soit au terme dérivé du potentiel<sup>18</sup>.

Notre choix c'est porté sur la seconde approche, nous avons choisi de mettre un potentiel de confinement de la forme :

$$W(r) = \frac{\kappa \xi^2}{2} \frac{1}{1 - \frac{r^2}{\xi^2}} \quad (\text{III.17})$$

avec  $\xi$  un paramètre définissant un rayon limite accessible par le vortex et  $\kappa$  le coefficient de rappel similaire à celui de l'équation III.8. La force correspondante est donc :

$$\frac{\partial W(r)}{\partial \mathbf{X}} = \kappa \frac{1}{\left(1 - \frac{r^2}{\xi^2}\right)^2} \mathbf{X} = \kappa f(r) \mathbf{X} \quad (\text{III.18})$$

Mathématiquement, ce potentiel interdit au vortex de dépasser un rayon critique  $\xi$ , puisqu'il tend vers l'infini lorsque son rayon s'en approche. Malgré le fait que ce potentiel ne soit pas réellement physique (car il tend vers l'infini), ce choix à plusieurs avantages :

- Nos équations ne sont valides que si le vortex n'a pas été expulsé. Nous avons vu au chapitre II paragraphe 3.1, que si le vortex est trop proche du bord du plot magnétique, il n'est plus stable et disparaît. Dans ce modèle nous voulons interdire cette possibilité, car ce n'est pas ce que l'on cherche à modéliser.

<sup>18</sup>. On peut aussi mettre une non-linéarité sur les deux, mais les calculs deviennent rapidement complexes voire impossibles.

- Le confinement non linéaire du vortex, bien qu'il ne soit pas aussi fort, correspond à une réalité physique puisque le vortex est confiné par le champ démagnétisant<sup>19</sup> et par le champ d'Ampère généré par le courant. Par exemple Gusliencko *et al* [70] donnent une expression du potentiel de confinement de la forme (avec  $\kappa$  et  $\beta$  des constantes)<sup>20</sup> :

$$W(\mathbf{X}) = \frac{\kappa}{2} \|\mathbf{X}\|^2 + \frac{\beta}{4} \|\mathbf{X}\|^4$$

- Son développement limité a la forme d'un polynôme n'ayant que des puissances paires :

$$\frac{W(\mathbf{X})}{(\kappa\xi^2/2)} = 1 + \sum_n \left(\frac{r}{\xi}\right)^{2n}$$

Le cas précédent (cf. paragraphe 5.1), avec un potentiel harmonique s'apparenterait à une simplification de notre modèle pour  $r/\xi \ll 1$ .

Par contre, contrairement à Gusliencko *et al* qui donne un poids différent à chaque terme, dans notre cas tous les termes ont le même :  $\kappa\xi^2/2$ . Ce qui n'est sûrement pas très réaliste d'un point de vue physique.

- Comme nous allons le voir plus loin, sa dérivée garde une propriété des potentiels ayant une forme polynomiale : elle peut se mettre sous la forme :  $\kappa f(r)\mathbf{X}$  (ce qui est pratique pour les calculs analytiques).

Comme nous l'avons vu, un auto-oscillateur doit avoir un cycle limite. Ce qui veut dire que, quelles que soient les conditions initiales imposées au système, il doit tendre vers une solution périodique. De plus si celui-ci est perturbé par une force extérieure, il doit revenir sur son cycle limite. Analytiquement, la preuve que notre système en possède un est une question épineuse. Elle est liée à la deuxième partie du XVI<sup>ème</sup> problème de Hilbert qui peut être reformulé sous la forme : *Pour un système dynamique en dimensions  $N$ , quel est le nombre maximum de cycles limites ?* Pour l'instant ce problème n'a pas été résolu, même pour le cas « simple » d'une équation différentielle polynomiale (cas plus restreint par rapport à un système dynamique quelconque).

Donc la preuve analytique de l'existence d'un cycle limite pour notre système est à exclure. Cependant, dans le paragraphe 5.2.2, nous verrons que l'on peut apporter un début de réponse grâce au calcul numérique.

Avec les mains, on peut expliquer l'effet de ce potentiel de confinement en se représentant l'équilibre des forces décrit par la figure III.20. Lorsque le vortex est *poussé* en dehors de son orbite, la force dérivant du potentiel va devenir plus grande et la force gyrotropique ne la compensera plus : le vortex va revenir vers son orbite, là où les forces s'équilibrent. Le raisonnement est similaire si le vortex est *tiré* vers l'intérieur. Cela n'est possible que parce que le potentiel est une fonction du rayon.

19. Dès que le vortex est décentré, des charges magnétiques le repoussant au centre apparaissent sur l'extérieur du plot.

20. Il y a aussi un terme constant mais celui-ci n'a évidemment aucune importance car les énergies sont toujours définies à une constante près.

Par ailleurs, nous allons garder le terme d'inertie. Ce terme représente les petites déformations que le vortex subit lors de son déplacement. Wysin *et al* [27] démontrent que ce terme vient du deuxième ordre négligé par Thiele lors de la transformation mathématique entre l'équation de LLG et son équation éponyme. Si le vortex est dans un plan infini, cette masse est nulle, mais dans le cas des nanopiliers magnétiques rien ne nous permet *a priori* de la négliger.

L'équation finale donne donc :

$$M\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{G} \times \dot{\mathbf{X}} - \kappa f(r)\mathbf{X} - \eta\dot{\mathbf{X}} + \lambda I_{dc} \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{X} \quad (\text{III.19})$$

### 5.2.1 Approche analytique

Cette équation est relativement compliquée, trouver la solution générale l'est donc aussi. Cependant, il est facilement possible de calculer une équation de stabilité. Pour cela, on utilise une approche similaire au paragraphe précédent. On pose que la solution est de la forme :  $\mathbf{X} = R_0 \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{pmatrix}$ . De plus, on a immédiatement :  $\dot{\mathbf{X}} = \omega \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{X}$  et  $\ddot{\mathbf{X}} = -\omega^2 \mathbf{X}$

En remplaçant dans III.19, on obtient :

$$\begin{pmatrix} \omega G_0 + M\omega^2 - \kappa f(R_0) & \eta\omega - \lambda I_{dc} \\ -(\eta\omega - \lambda I_{dc}) & \omega G_0 + M\omega^2 - \kappa f(R_0) \end{pmatrix} \mathbf{X} = 0 \quad (\text{III.20})$$

Là encore, cette équation a une solution si et seulement si le déterminant de la matrice principale est nulle. Ce qui nous donne l'équation de stabilité suivante :

$$\left(\omega G_0 + M\omega^2 - \kappa f(R_0)\right)^2 + (\eta\omega - \lambda I_{dc})^2 = 0 \quad (\text{III.21})$$

Et donc les conditions d'existence d'une solution oscillante circulaire sont :

$$\begin{cases} \omega G_0 + M\omega^2 - \kappa f(R_0) & = 0 \\ \eta\omega - \lambda I_{dc} & = 0 \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

### Evolution de la fréquence en fonction du courant

Du système d'équations III.22, on peut tirer plusieurs informations. On obtient directement une relation entre le courant et la fréquence :

$$\omega = \frac{\lambda}{\eta} I_{dc} \quad (\text{III.23})$$

On trouve une relation linéaire. Expérimentalement (cf. qq chapitre II), on mesure une dépendance quasi linéaire. Elle peut être modélisée par un polynôme d'ordre trois dont le coefficient du terme linéaire est bien plus grand que ceux des autres termes (sans considérer le terme constant évidemment).

### Courant critique

Une relation similaire à III.23 existait déjà dans le modèle simple considéré précédemment, mais comme on va le voir, ce modèle permet de décrire d'autres phénomènes, par exemple l'existence d'un courant critique. Pour cela, il faut extraire  $\lambda I_{dc}$  du système d'équations III.22. On obtient une équation du second degré :

$$M(\lambda I_{dc})^2 + \eta G_0 \lambda I_{dc} - \eta^2 \kappa f(R_0) = 0 \quad (\text{III.24})$$

Dont les solutions sont :

$$\lambda I_{dc} = \frac{\eta}{2} \left( -\frac{G_0}{M} \pm \sqrt{\left(\frac{G_0}{M}\right)^2 + \frac{4\kappa}{M} f(R_0)} \right) \quad (\text{III.25})$$

Le «  $\pm$  » est facile à éliminer, car il faut que  $\lambda I_{dc}$  soit positif si l'on veut qu'il agisse comme un anti-amortissement. De plus, le courant critique correspond au plus petit courant possible où une solution circulaire est possible, donc compatible avec l'équation de stabilité III.21. Ce qui veut dire que  $f(R_0)$  doit être le plus petit possible (i.e.  $f(R_0 = 0) = 1$ ). Finalement l'expression du courant critique est la suivante :

$$\lambda I_{dc}^{\text{crit}} = \frac{\eta}{2} \left( -\frac{G_0}{M} + \sqrt{\left(\frac{G_0}{M}\right)^2 + \frac{4\kappa}{M}} \right) \quad (\text{III.26})$$

Contrairement au modèle simple développé dans le paragraphe 5.1, ce modèle-ci permet de définir un courant critique. En effet, le premier modèle n'autorise qu'un seul courant  $\lambda I_{dc} = \eta \kappa / G_0$  qui assure une solution oscillante circulaire. A contrario, celui-ci autorise l'existence d'une solution sur une plage de courant démarrant à  $I_{dc}^{\text{crit}}$ . Cela vient de la possibilité du système d'adapter son rayon à travers  $f(R_0)$ . Sans cette non-linéarité et juste avec la prise en compte de la masse, le seul courant possible serait  $I_{dc}^{\text{crit}}$ . Inversement, sans la masse, mais avec la non-linéarité sur le potentiel, il est toujours possible de définir un courant critique :

$$\lambda I_{dc}^{\text{crit}} = \frac{\eta \kappa f(R_0 = 0)}{G_0} = \frac{\eta \kappa}{G_0} \quad (\text{III.27})$$

L'existence d'un  $I_{dc}^{\text{crit}}$  correspond à une réalité physique. Il a été montré expérimentalement depuis les premières études sur les oscillateurs à vortex (par exemple l'étude de Puffal et al en 2007 [31]). Dans le cas des échantillons étudiés dans cette thèse, il est d'environ 15 mA (voir chapitre II paragraphe 3.4).

### Relation entre le courant et le rayon de l'orbite

Comme nous l'avons vu, l'avantage d'un potentiel non linéaire est qu'il fait apparaître le rayon dans l'équation de stabilité III.21. On peut donc l'extraire en fonction des autres paramètres. Pour cela, on part de la première équation du système III.22 et on remplace  $f(R_0)$  par son expression, on obtient immédiatement <sup>21</sup> :

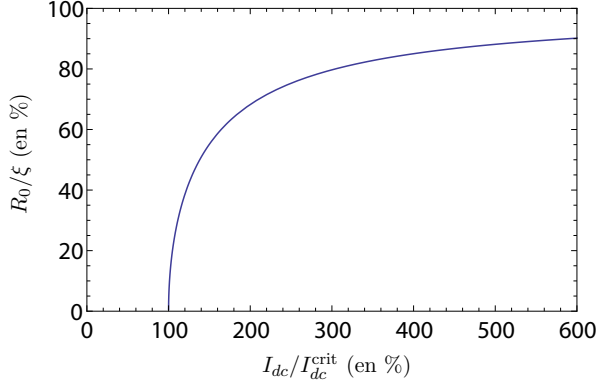
$$\left( \frac{R_0}{\xi} \right)^2 = 1 - \sqrt{\frac{\kappa}{\omega G_0 + M \omega^2}} \quad (\text{III.28})$$

21. Je garde la notation en  $(R_0/\xi)^2$  car cela rend l'expression plus lisible. De plus, on peut considérer que  $(R_0/\xi)^2$  est proportionnelle à la puissance, car cela correspond à la surface dont l'aimantation varie durant une période.

De plus, on peut utiliser la deuxième relation du système III.22 et remplacer  $\omega$  par  $\lambda I_{dc}/\eta$ , ce qui donne :

$$\left(\frac{R_0}{\xi}\right)^2 = 1 - \sqrt{\frac{\kappa\eta^2}{\eta G_0 \lambda I_{dc} + M(\lambda I_{dc})^2}} \quad (\text{III.29})$$

Dans le paragraphe 5.2.2 nous verrons comment estimer les valeurs numériques des différents paramètres. Cependant, on peut dès à présent se représenter l'équation III.29 en traçant l'évolution relative du rayon en fonction du courant.



**Figure III.21** — Evolution relative du rayon en fonction du courant, calculée à partir de l'équation III.29 avec les valeurs du tableau III.1 page 80.

La figure III.21 montre nettement que sauf aux alentours du courant critique, le rayon évolue lentement avec le courant de polarisation. Ce phénomène est observé expérimentalement (cf. dans le chapitre II paragraphe 3.4). De même, proche du courant critique, on observe une transition brutale : soit le pic est mesurable, soit il n'y a aucun signal (cf figure Ion/Ioff). Ce qui correspond à la pente presque infinie de la courbe proche de  $I_{dc}^{\text{crit}}$ . De même, la lente évolution de l'amplitude du pic principal avec l'augmentation du courant se retrouve bien dans les mesures du chapitre II.

Par contre, on ne modélise absolument pas la métastabilité avec un  $I_{\text{on}}$  et un  $I_{\text{off}}$ . Pour cela il faudrait une courbe qui se replie sur elle même vers de plus petits courants avant de repartir vers les forts courants (c.-à-d. qui n'est plus bijective).

Cependant, l'accord entre notre modèle et l'expérience reste purement qualitatif et non quantitatif. Car, en effet, considérons que le courant critique est de 15 mA (pour  $I_{\text{on}}$ ) et notre point de fonctionnement d'environ 20 mA soit 130% de ce premier, d'après la courbe l'amplitude devrait augmenter de 40% entre les deux, ce qui n'est pas le cas. Pour être plus proche de la réalité, il faudrait un courant critique d'environ 5 mA et que le signal ne soit observable qu'à partir de 200 ou 300% de celui-ci pour se rapprocher de la réalité expérimentale.

### 5.2.2 Approche numérique

Pour aller plus loin dans l'évaluation du modèle que nous proposons, il est nécessaire d'utiliser le calcul numérique.

#### Estimation numérique des paramètres

Le calcul analytique devient très vite complexe voir insoluble. Les résultats qui suivent ont été obtenus grâce au module d'intégration d'équations différentielles du logiciel Wolfram

Mathematica®. Avant de pouvoir lancer le calcul, il faut avoir une estimation numérique des différents paramètres. Pour la plupart, il suffit de se référer à la littérature. Commençons par  $M$ ,  $G_0$  et  $\eta$  qui sont issus du calcul mené lors de la transformation de LLG en équation de Thiele.

Commençons par la masse : Gusliencko *et al* [71] donnent une formule utilisant les paramètres matériaux et géométriques permettant de la calculer<sup>22</sup> :

$$M = \frac{3}{2} \frac{L}{\gamma^2} \quad (\text{III.30})$$

avec  $L$  l'épaisseur de la couche mince où se trouve le vortex (dans notre cas 8 nm) et  $\gamma$  le rapport gyromagnétique ( $1,76 \times 10^{-13} \text{ G}^{-1} \text{ s}^{-1}$ ). Ce qui donne une masse d'environ  $4 \times 10^{-19} \text{ g}$  que l'on peut comparer avec les  $10^{-20} \text{ g}$  obtenus dans le cas de Gusliencko *et al* [71].

$G_0$  peut lui aussi être estimé à partir des mêmes paramètres, grâce à la formule directement issue de la publication de Thiele [26] :

$$G_0 = 2\pi pq \frac{LM_s}{\gamma} \quad (\text{III.31})$$

avec  $M_s$  l'aimantation à saturation (1156 kA/m dans notre cas ; on fait une moyenne pondérée des deux parties composant la couche libre (cf 1.1 chapitre II).  $p$  et  $q$  sont respectivement la polarisation du vortex et la vorticité. Ils sont tous les deux égaux à  $\pm 1$  pour ce type de vortex. Pour simplifier, on les posera égaux à 1. Donc, on obtient la valeur de  $3,3 \times 10^{-13} \text{ J.s.m}^{-2}$  pour  $G_0$ .

Enfin,  $\eta$  est estimé environ égal à  $\alpha G_0$  [72],  $\alpha$  étant le coefficient d'amortissement dans LLG (usuellement on considère  $\alpha = 0.01$ ).

Pour compléter le jeu de paramètres, il ne reste plus que  $\lambda$  et  $\kappa$ . Il sont difficiles à estimer, car il sont essentiellement phénoménologiques. Selon Gusliencko *et al* [73],  $\mathcal{R}$  étant le rayon du plot magnétique,  $\kappa$  vaudrait :

$$\kappa = \frac{40\pi}{9} \mu_0 M_s^2 \frac{L^2}{\mathcal{R}} \quad (\text{III.32})$$

pour un modèle similaire à celui présenté dans le paragraphe 5.1 : avec un potentiel quadratique (de la forme  $W(\mathbf{X}) = \kappa \mathbf{X}^2$ ) et en négligeant la masse. Pour notre système, cela équivaudrait à  $\kappa = 1.0 \times 10^{-2} \text{ J.m}^{-2}$ . Notre modèle est un peu plus complexe et le transfert pur et simple de ce paramètre est délicat. Il serait judicieux de trouver une autre méthode pour estimer cette valeur. Pour cela on peut utiliser les conditions de stabilité calculées précédemment (III.22). Avec la première on peut isoler  $\kappa$  :

$$\kappa = \frac{\omega G_0 + M\omega^2}{f(R_0)} \quad (\text{III.33})$$

On peut se placer au voisinage du courant critique, là à  $f(R_0) \approx 1$  et l'on connaît expérimentalement le  $\omega$  correspondant : de l'ordre de 400 MHz. On obtient donc  $\kappa \approx$

22. Attention, cette formule est exprimée en CGS et non en SI.



$M$	$\frac{3}{2} \frac{L}{\gamma^2}$	$4,0 \times 10^{-22} \text{ kg}$
$G_0$	$2\pi \frac{LM_s}{\gamma}$	$3,3 \times 10^{-13} \text{ J.s.m}^{-2}$
$\eta$	$\alpha G_0$	$3,3 \times 10^{-15} \text{ J.s.m}^{-2}$
$\kappa$	$\omega G_0 + M\omega^2$	$3,4 \text{ J.m}^{-1}$
$\lambda$	$\frac{\eta}{2I_{dc}^{\text{crit}}} \left( -\frac{G_0}{M} + \sqrt{\left(\frac{G_0}{M}\right)^2 + \frac{4\kappa}{M}} \right)$	$5,5 \times 10^{-4} \text{ J.A}^{-1}\text{m}^{-2}$

**Tableau III.1** – Tableau récapitulatif des paramètres utilisés pour les calculs numériques

$3,4 \times 10^{-2} \text{ J.m}^{-1}$ . Cette valeur est relativement proche (à un facteur 3 près) de celle obtenue grâce à la formule III.32 proposée par Gusliencko *et al.*

Il va de même pour  $\lambda$  qui pour l'instant n'est pas complètement maîtrisé ; Khvalkovskiy *et al* [52] donnent une formule, là encore basée sur un modèle sans masse, et avec un potentiel quadratique.

$$\lambda = M_s \cdot \frac{L}{\mathcal{R}} \cdot bp\sigma \cdot \int_0^{2\pi} \mathbf{P} \cdot \hat{e}_\chi d\chi \quad (\text{III.34})$$

dans laquelle  $\hat{e}_\chi$  est le vecteur unité associée à l'angle azimutal dans le plan du vortex.  $\mathbf{P}$  est le vecteur représentant la polarisation des spins du courant polarisé (celui-ci peut dépendre de la position si la configuration magnétique du polariseur n'est pas uniforme) ,  $\sigma$  représente l'efficacité du STT et  $b$  la taille du cœur de vortex.

Malheureusement, ce modèle nécessite beaucoup de paramètres qui nous sont inconnus à commencer par la configuration magnétique du polariseur. Là encore il est plus judicieux de partir du modèle lui-même et des valeurs expérimentales auquel nous avons réellement accès. Soit l'on pose directement  $\omega\eta/I_{dc} = \lambda$  à notre point de fonctionnement. Soit on utilise la définition du courant critique pour l'extraire :

$$\lambda = \frac{\eta}{2I_{dc}^{\text{crit}}} \left( -\frac{G_0}{M} + \sqrt{\left(\frac{G_0}{M}\right)^2 + \frac{4\kappa}{M}} \right) \quad (\text{III.35})$$

Les deux approches sont équivalentes si l'on utilise la définition III.33 pour  $\kappa$  et le point de fonctionnement  $I_{dc} = I_{dc}^{\text{crit}}$ . Cela nous donne dans les deux cas, un  $\lambda$  de l'ordre de  $5,5 \times 10^{-4} \text{ J.A}^{-1}\text{m}^{-2}$ .

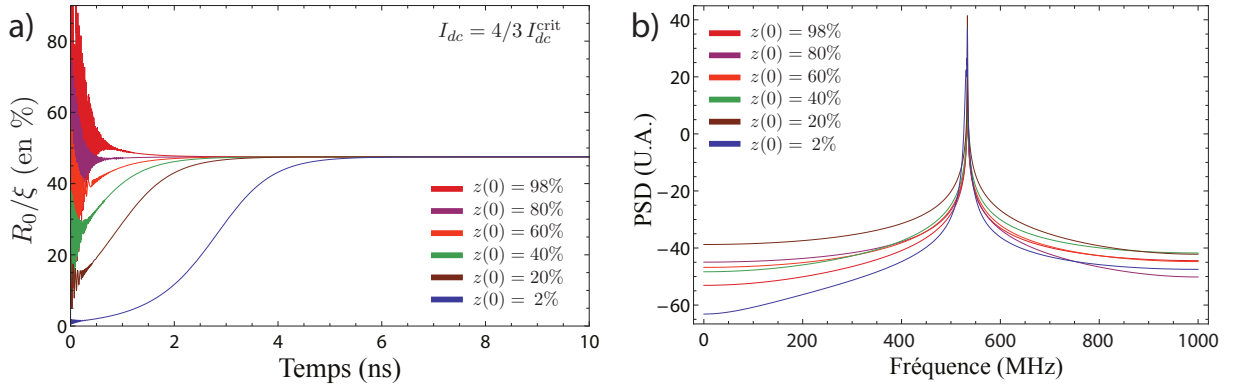
### Existence d'un cycle limite

Comme nous l'avons vu précédemment, il n'est pas raisonnable de chercher à montrer analytiquement l'existence d'un cycle limite pour notre modèle. Par contre, il est possible

d'utiliser l'ordinateur pour tester numériquement son existence. Pour cela, on reformule notre système dynamique en équation complexe en posant  $z(t) = x(t) + iy(t)$

$$\ddot{z}M + (\eta + iG_0)\dot{z} + (\kappa f(|z(t)|) - i\lambda I_{dc})z = 0 \quad (\text{III.36})$$

et on utilise la fonction **NDSolve**<sup>23</sup> de Mathematica<sup>®</sup> pour intégrer cette équation. Cette fonction a besoin de deux conditions initiales  $z(t=0)$  et  $\dot{z}(t=0)$ . On va donc commencer par étudier l'effet de ces conditions initiales.



**Figure III.22** – a) Expérience numérique de convergence en fonction de la valeur choisie pour  $z(0)$   
b) Transformée de Fourier des signaux obtenus lors des calculs de a) une fois le rayon stabilisé.

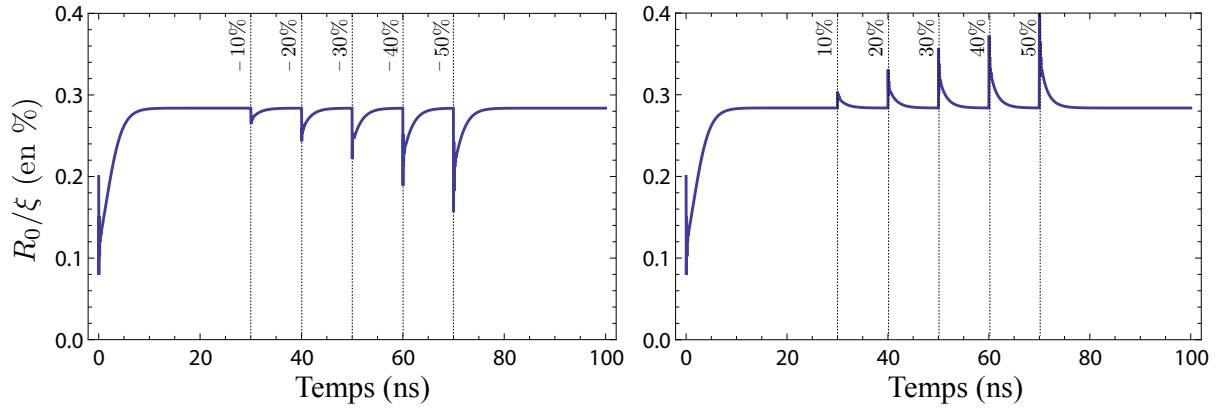
La figure III.22.a montre l'évolution du rayon (donc le module de  $z$ ) en fonction du temps pour différentes valeurs de  $z(t=0)$ . On constate qu'en moins d'une dizaine de nanosecondes le rayon a atteint sa valeur d'équilibre et que celle-ci est indépendante de la condition initiale.  $z$  appartenant à  $\mathbb{C}$ , on peut aussi mettre des valeurs complexes : cela donne exactement les mêmes conclusions. En effet, ce qui importe c'est le module de  $z$  et non sa phase, puisque dans un auto-oscillateur elle est libre. Il en va de même pour la valeur initiale de  $\dot{z}$  qui, quelque soit sa valeur, n'a aucune influence visible sur les courbes d'évolution du rayon.

La figure III.22.b, quant à elle, nous montre aussi la fréquence du signal obtenu après stabilisation du rayon (intégré entre 5 et 10  $\mu s$ ) et l'on constate qu'elle est indépendante des conditions initiales.

Enfin, durant cette expérience on remarque que si l'on pose  $z(t=0) = 0$ , le rayon reste à 0, ce qui est normal puisque  $z = 0$  est une solution valide. De même, si l'on pose  $z(t=0) > \xi$ ,  $z$  diverge avec l'évolution de  $t$  cela correspond au fait que le vortex ne peut être à l'extérieur du plot magnétique.

Donc, nous avons bien la preuve qu'avec des paramètres physiquement réalistes l'état stationnaire de notre modèle ne dépend pas de son état initial. Maintenant vient la question de la « résistance » aux perturbations. Pour y répondre, on peut utiliser une option de la fonction **NDSolve** qui permet d'imposer une contrainte à un moment donné lors de la résolution. On va donc « imposer un coup ». La figure III.23a, nous montre une série de

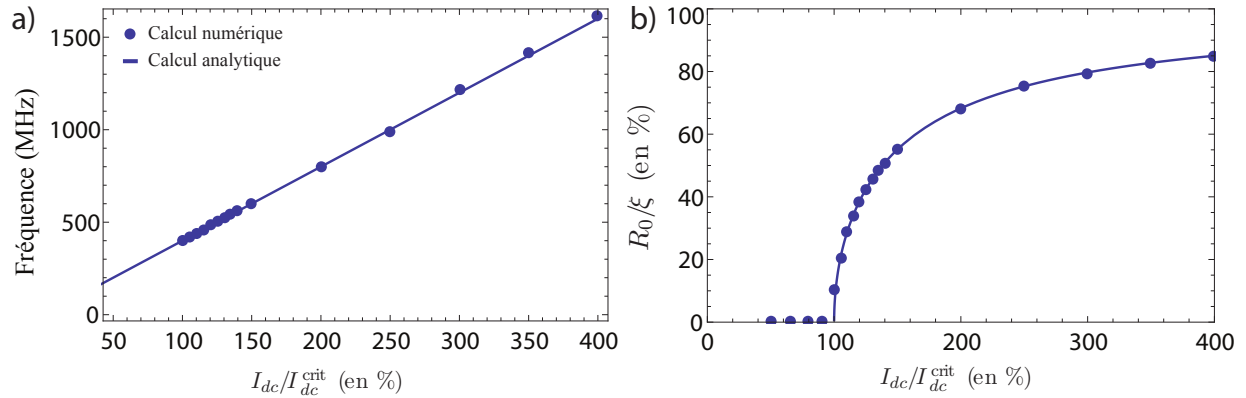
23. cf. <http://reference.wolfram.com/mathematica/ref/NDSolve.html> pour plus de détail.



**Figure III.23** – Evolution du rayon soumis à une série de perturbation.

5 perturbations de plus en plus fortes. Pour la première on impose que le rayon devienne 10% plus petit :  $(z(t) \rightarrow 0,9|z(t)| \exp[i\text{Arg}[z(t)]])$ , pour le deuxième 20% plus petit, etc. jusqu'au cinquième 50% plus petit. On constate que dans chacun des cas le rayon reprend sa valeur initiale. La figure III.23b nous montre des résultats similaires mais en imposant que le rayon devienne 10%, 20%, etc plus grand.

### Comparaison entre calcul analytique et calcul numérique



**Figure III.24** – Comparaison entre les résultats issus du calcul numérique et ceux issus du calcul analytique pour a) la fréquence et b) le rayon par rapport au courant DC. Les points qui ne sont pas sur la courbe (pour les courants inférieurs à  $I_{dc}^{\text{crit}}$ ) correspondent au cas sous-critique qui n'est pas pris en compte par le modèle analytique.

Pour comparer les prédictions issus du calcul analytique avec les résultats du calcul numérique, j'ai fait différentes courbes : évolution du rayon en fonction du paramètre  $I_{dc}$  et je relève le rayon final. De même j'extrais la fréquence par transformée de Fourier une fois l'oscillateur stable.

La figure III.24 nous montre qu'il y a un accord parfait entre les prédictions et la résolution numérique. Cela nous permet d'avoir d'autant plus confiance dans les résultats précédents.

## 6 De l'auto-oscillateur à l'oscillateur paramétrique

### 6.1 Similarité entre l'équation de Mathieu et l'auto-oscillateur à vortex

Maintenant que l'on a un modèle pour notre oscillateur à vortex, nous pouvons voir l'effet de l'onde de synchronisation sur celui-ci. Pour cela, on doit ajouter un terme la modélisant. Nous avons choisi un terme oscillant avec le temps de la même forme que celui modélisant le courant de polarisation, c.-à-d. :  $\lambda i_{ac} \cos(\omega_{mw} t) \cdot \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{X}$ . Concentrons-nous sur le cas  $\omega_{mw} = 2\omega$ . Notre équation devient donc :

$$M\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{G} \times \dot{\mathbf{X}} - \kappa f(r)\mathbf{X} - \eta \dot{\mathbf{X}} + \lambda I_{dc} \cdot \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{X} + \lambda i_{ac} \cos(2\omega t) \cdot \hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{X} \quad (\text{III.37})$$

Que l'on peut aussi exprimer sous une forme matricielle :

$$M \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \ddot{\mathbf{X}} + \begin{pmatrix} \eta & -G_0 \\ G_0 & \eta \end{pmatrix} \dot{\mathbf{X}} + \left[ \begin{pmatrix} \kappa f(r) & \lambda I_{dc} \\ -\lambda I_{dc} & \kappa f(r) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & \lambda i_{ac} \\ -\lambda i_{ac} & 0 \end{pmatrix} \cos(2\omega t) \right] \mathbf{X} = 0 \quad (\text{III.38})$$

L'équation III.38 est une équation différentielle à deux dimensions, car  $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ , d'ordre deux et à coefficients dépendants du temps. Cette complexité mathématique rend donc ce type d'équation difficile à appréhender, ce qui fait qu'il n'y a, *a priori*, pas de méthode systématique pour trouver une solution générale. Devant ce type de problème, la démarche la plus judicieuse est de commencer par chercher dans la littérature des problèmes similaires auquel on pourrait se raccrocher. En faisant cela, on s'aperçoit que l'équation III.38 a de fortes similarités avec l'équation de Mathieu amortie, qui se présente sous la forme :

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 [1 + h \cos(2\omega t)] x = 0 \quad (\text{III.39})$$

où  $\gamma$  représente le coefficient d'amortissement visqueux,  $\omega_0^2$  la pulsation propre du système lorsque  $h = 0$  et  $h$  est un coefficient de couplage entre le système autonome et la force extérieure. On reviendra sur ce dernier par la suite.

#### 6.1.1 Rappel sur l'équation de Mathieu

Avant d'aller plus loin dans l'étude de notre système, étudions l'équation de Mathieu. Émile Mathieu (1835 - 1890) est un mathématicien français du XIX<sup>ème</sup> siècle. Il a essentiellement travaillé sur la théorie des groupes, mais aussi sur quelques problèmes de physique mathématique. Entre autres, il découvre l'équation de *Mathieu* en étudiant les vibrations d'une membrane elliptique [74]. Cette équation sera généralisée sous la forme :  $\ddot{x} + f(t)x = 0$  avec  $f(t)$  une fonction périodique, par l'astronome américain Hill (1838 - 1914) pour modéliser l'orbite de la Lune autour de la Terre. L'histoire de cette équation ne s'arrête pas là puisque, plus tard, Félix Bloch (1905 - 1983) réutilisera cette équation pour modéliser la propagation d'un électron libre dans un potentiel périodique<sup>24</sup>. Dans ce dernier cas, les

24. Dans ce dernier cas, la variable n'est plus le temps mais l'espace. Usuellement l'équation s'écrit alors sous la forme  $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2\mu}{\hbar} (E - W_0 \cos(2\pi/a \cdot x)) \psi = 0$ , avec  $\psi$  la fonction d'onde,  $E$  l'énergie de la particule,  $a$  la période du potentiel,  $W_0$  son amplitude,  $\mu$  la masse effective de l'électron et  $\hbar$  la constante de Planck.

zones d'instabilité que nous allons voir plus loin correspondent aux bandes interdites pour l'électron [75].

Etudions la signification physique de l'équation III.39. On peut la séparer en deux équations différentielles :

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega_0^2 [1 + hy(t)] x = 0 \quad (\text{III.40})$$

$$\ddot{y} + 4\omega^2 y = 0 \quad (\text{III.41})$$

Cela montre plus clairement que le système peut être vu comme un pendule harmonique : III.40, dont un des paramètres est modifié périodiquement par un deuxième système : III.41. Le coefficient  $h$  est l'intensité du couplage entre les deux systèmes. C'est ce que l'on appelle un pendule paramétrique. L'exemple le plus simple est un pendule simple dont la longueur de la corde varie périodiquement, comme le Botafumeiro. On peut remarquer que le couplage est asymétrique, c'est à dire que le système III.41 influence le système III.40, mais pas l'inverse.



*Remarque : histoire du Botafumeiro*



**Figure III.25** – Photo du Botafumeiro dans la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle

Le Botafumeiro est un encensoir se trouvant dans la cathédrale de Saint-Jacques-de-Compostelle (Espagne). Il est haut de 1,60 m et pèse 53 kg. Pour l'animer, pendant qu'il balance au bout d'une corde comme s'il s'agissait d'un pendule, des hommes donnent de la corde (de façon à la rallonger) au point le plus élevé du mouvement et tirent sur elle (pour la raccourcir) au point le plus bas. Cela fait qu'à chaque période, il gagne en amplitude. Comme on le verra dans la suite de cette partie, cela s'appelle l'excitation paramétrique. Au maximum, il s'élève de 20,6 mètres, en formant un arc de 65 mètres tout au long du transept, en passant au ras du sol à une vitesse de 68 km/h.

Il existe une méthode de résolution utilisant la théorie de Floquet permettant d'avoir une estimation arbitrairement précise de la solution [76]. Cependant la démonstration est complexe et ne nous apportera rien pour la suite de ce travail. Au lieu de cela, je vais présenter une méthode simple pour définir la zone d'instabilité (la langue d'Arnold) pour  $\omega$  au voisinage de  $\omega_0$ <sup>25</sup> et quand  $\gamma/\omega_0 \ll 1$ . Elle est extraite du livre de Bergé *et al* [77].

Pour faire cela, je vais procéder comme précédemment, en cherchant la condition de stabilité du système décrit par III.39. On postule une solution sinusoïdale de la forme  $x = x_0 \cos(\omega t + \varphi)$ . De plus, un calcul aux ordres supérieurs nous montre que les termes

<sup>25</sup>. Ce qui correspond à une pulsation excitatrice proche du double de la pulsation propre, car il ne faut pas oublier qu'il y a un facteur deux dans le cosinus de l'équation III.39.

en  $\cos(3\omega t)$  sont négligeables devant les ceux en  $\cos(\omega t)$  et  $\cos(2\omega t)$  pour  $h$  petit [76]. On obtient donc :

$$\begin{aligned} \cos(\omega t) & \left[ \left( \omega_0^2 - \omega^2 + \frac{\omega_0^2 h}{2} \right) \cos(\varphi) - (\gamma \omega) \sin(\varphi) \right] \\ & + \sin(\omega t) \left[ -(\gamma \omega) \cos(\varphi) - \left( \omega_0^2 - \omega^2 - \frac{\omega_0^2 h}{2} \right) \sin(\varphi) \right] = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.42})$$

Donc la seule solution pour que cette équation soit vraie quel que soit  $t$  est que les coefficients respectifs de  $\cos(\omega t)$  et  $\sin(\omega t)$  soit nuls. on obtient donc le système d'équations :

$$(\gamma \omega) \cos(\varphi) + \left( \omega_0^2 - \omega^2 + \frac{\omega_0^2 h}{2} \right) \sin(\varphi) = 0 \quad (\text{III.43})$$

$$-\left( \omega_0^2 - \omega^2 + \frac{\omega_0^2 h}{2} \right) \cos(\varphi) + (\gamma \omega) \sin(\varphi) = 0 \quad (\text{III.44})$$

que l'on peut réexprimer sous forme matricielle :

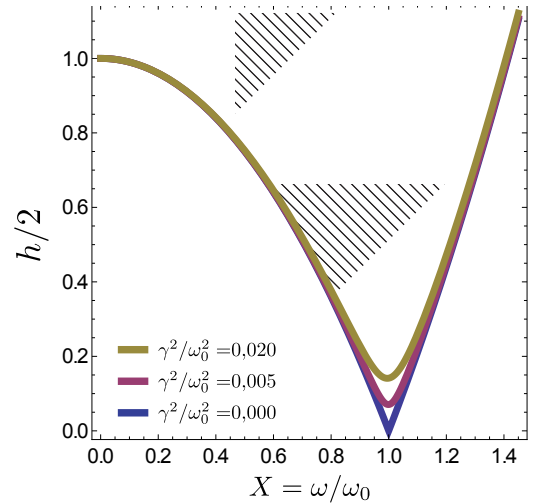
$$\begin{pmatrix} \gamma \omega & \left( \omega_0^2 - \omega^2 - \frac{\omega_0^2 h}{2} \right) \\ -\left( \omega_0^2 - \omega^2 + \frac{\omega_0^2 h}{2} \right) & \gamma \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{III.45})$$

Cette dernière équation n'a de solution que si le déterminant de la matrice est nul. On obtient la condition de stabilité que l'on cherchait :

$$\frac{h^2}{4} = \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \frac{\gamma^2}{\omega_0^2} \quad (\text{III.46})$$

En posant  $Y = h/2$  et  $X = \omega/\omega_0$  ce qui nous donne des unités réduites, on obtient une fonction que l'on peut tracer :

$$Y = \sqrt{(1 - X^2)^2 + X^2 \frac{\gamma^2}{\omega_0^2}} \quad (\text{III.47})$$



**Figure III.26** – Graphe correspondant à l'équation III.47

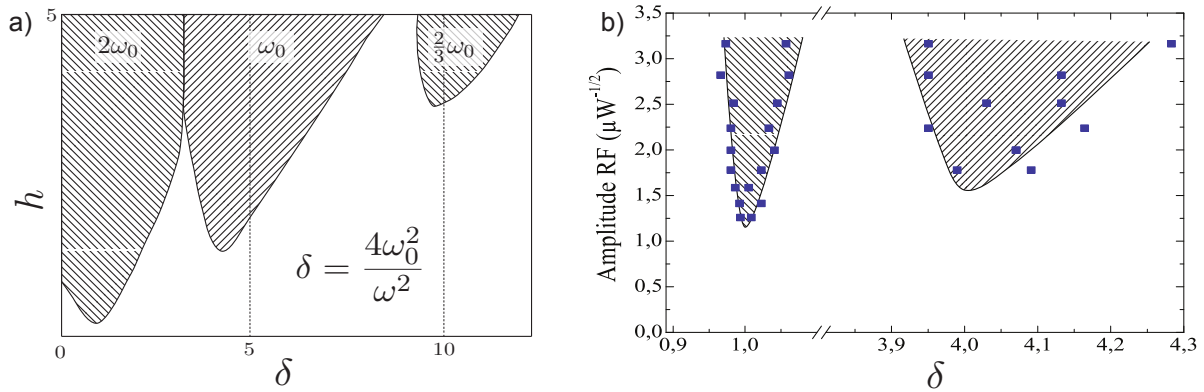
Cela nous donne une carte en deux dimensions donnant la stabilité de la solution sinusoïdale en fonction des paramètres  $\omega$  et  $h$  (cf. III.26). On retrouve une langue d'Arnold définissant deux zones : une dite stable (en blanc), l'autre dite instable (en hachuré).

On remarque aussi qu'avec l'augmentation de l'amortissement, le seuil de puissance de couplage, correspondant à la puissance la plus faible permettant d'atteindre la zone instable, augmente. On montre facilement qu'il est égal à  $2\gamma/\omega_0$ .

On peut montrer [76] et [77] que l'extérieur de la langue (en blanc) correspond au cas où les solutions tendent vers zéro<sup>26</sup>. L'intérieur, quant à lui, correspond au cas où l'amplitude du système diverge exponentiellement. Dans la réalité les non-linéarités du système, qui ont été négligées lors de la modélisation, entrent alors en jeu. Elles deviennent non négligeables et empêchent la divergence du système. Mathématiquement, les seules solutions oscillantes stables sont celles se trouvant sur la courbe.

Avec des méthodes plus élaborées [76, 78], on peut calculer l'ensemble de la carte, quelque soit la fréquence de l'excitation. La figure III.27.a montre le résultat obtenu. Les théoriciens et les mathématiciens aiment travailler avec des variables réduites. Pour obtenir ce résultat, ils ont donc posé  $\delta = 4\omega_0^2/\omega^2$ , ce qui a l'avantage de donner  $\delta = 1$  quand  $\omega = 2\omega_0$ .

On voit apparaître plusieurs langues : une pour chaque  $\delta = n^2$ ,  $n$  étant un entier positif. On remarque aussi que le seuil de puissance nécessaire pour atteindre la langue pour une fréquence proche de  $\omega_0$  est plus grand que pour une fréquence proche de  $2\omega_0$ . C'est l'une des caractéristiques des systèmes à excitation paramétrique.



**Figure III.27** – a) Langue d'Arnold pour l'équation paramétrique de Mathieu, avec un amortissement de 0,2. Adapté de [78] b) Langues d'Arnold de l'oscillateur à vortex mis en forme avec la variable  $\delta = 4\omega_0^2/\omega^2$ . Les zones hachurées sont des guides pour les yeux. Elles correspondent aux zones où il y a synchronisation.

### 6.1.2 Similarité entre les deux équations

#### Comparaison entre les langues d'Arnold

Reprenons la figure III.27.a et comparons-la à celle obtenue expérimentalement : III.27.b. La similarité entre les deux courbes est indubitable. Il y a une langue pour  $\omega_{mw} \sim \omega_0$  et une pour  $\omega_{mw} \sim 2\omega_0$ . Bien qu'elles n'aient pas exactement la même forme, on remarque que, là aussi, le seuil pour atteindre la zone instable est plus faible pour une excitation ayant une fréquence double de la fréquence naturelle du système.

Cependant, dans le cas de Mathieu, le système diverge, dans notre cas il ne peut pas, car le potentiel de confinement l'en empêche. Et c'est là la grande différence entre les deux systèmes : l'équation de Mathieu modélise un oscillateur libre excité par une force extérieure alors que dans notre cas c'est un auto-oscillateur qui est couplé à une force extérieure.

26. Pour cela, il suffit de poser la solution comme étant  $x = e^{-\mu t} \cos(\omega t)$  et d'étudier le signe de  $\mu$  en fonction des paramètres. La frontière de la langue d'Arnold calculée correspond à la transition où  $\mu = 0$ .



C'est la différence entre excitation paramétrique (qui n'est pas de la synchronisation) et *synchronisation paramétrique*.

#### Les langues d'Arnold de l'oscillateur à vortex

La démarche suivie dans la partie 5.2.1 pour calculer l'équation de stabilité et celle utilisée pour calculer la langue d'Arnold à  $2\omega$  de l'équation de Mathieu sont très similaires. Nous pouvons donc utiliser cette dernière pour calculer nous aussi une langue pour notre modèle. Tous calculs faits (là encore nous avons négligé les termes en  $3\omega$  et en posant  $\omega_{mw} = 2\omega$ ). Nous obtenons :

$$\left[G_0\omega + M\omega^2 - \kappa f(R)\right]^2 + [\eta\omega - \lambda I_{dc}]^2 - \frac{(\lambda i_{ac})^2}{4} = 0 \quad (\text{III.48})$$

Cette nouvelle équation de stabilité est identique à un terme près :  $((\lambda i_{ac})^2/4)$  à celle calculée sans RF qui était :

$$\left[G_0\omega_0 + M\omega_0^2 - \kappa f(R_0)\right]^2 + [\eta\omega_0 - \lambda I_{dc}]^2 = 0 \quad (\text{III.49})$$

J'ai remplacé les  $\omega$  par  $\omega_0$  dans cette dernière équation, car, *a priori*, les pulsations avec et sans RF sont différentes. Résoudre l'équation III.48 est très difficile. On peut faire des hypothèses simplificatrices fortes pour essayer d'en tirer des tendances. Par exemple, si l'on fait l'hypothèse que le rayon reste inchangé entre les deux cas (soit  $R = R_0$ )<sup>27</sup>, on peut remplacer  $\kappa f(R)$  par  $M\omega_0^2 + G_0\omega_0$  et  $\lambda I_{dc}$  par  $\eta\omega_0$  dans III.48. On obtient donc :

$$\left[G_0(\omega_0 - \omega) + M(\omega_0^2 - \omega^2)\right]^2 + [\eta(\omega - \omega_0)]^2 - \frac{(\lambda i_{ac})^2}{4} = 0 \quad (\text{III.50})$$

Comme précédemment pour l'équation de Mathieu, on pose  $X = \omega/\omega_0$  et l'on isole  $\lambda i_{ac}$ . *Et voilà !* Nous obtenons une équation similaire à l'équation III.47 :

$$\lambda i_{ac} = 2\omega_0 \sqrt{\eta^2(X - 1)^2 + [M\omega_0(X^2 - 1) + G(X - 1)]^2} \quad (\text{III.51})$$

qui là encore, forme une langue d'Arnold lorsque l'on la trace. On retrouve aussi une asymétrie qui est observée expérimentalement. Celle-ci n'existe que parce que l'on a pris en compte le terme de masse dans l'équation de notre auto-oscillateur. En effet celui-ci correspond au terme  $M\omega_0(X^2 - 1)$  dans III.51 qui n'est pas symétrique par rapport à 1.

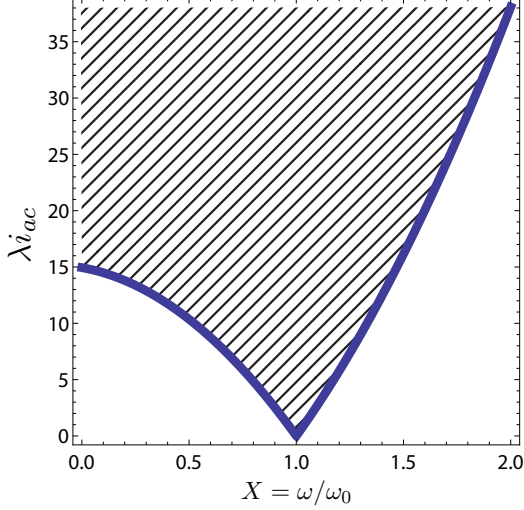
Cependant, contrairement au cas de l'équation de Mathieu aucun seuil de puissance n'apparaît. Cela vient du terme  $\eta^2(X - 1)^2$  de l'équation III.51 qui est l'équivalent du terme  $X^2 \frac{\gamma^2}{\omega_0^2}$  dans l'équation de stabilité de Mathieu III.47. En effet dans l'équation de Mathieu le terme de l'amortissement ne s'annule pas quand  $X = 1$  contrairement à notre cas<sup>28</sup>.

27. On peut se passer de cette approximation en disant que  $f(R) = f(R_0) + \Delta$ . Cela a pour effet de déplacer la position du minimum de la langue d'Arnold selon l'axe des abscisses. Pour des raisons de clarté, j'ai posé  $\Delta = 0$ .

28. Attention :  $X = 1$  équivaut à une excitation extérieure de  $2\omega_0$ , car il y a un 2 dans le cosinus de III.39 et de III.38.



Conceptuellement, cette différence vient du fait que dans notre cas l'équation modélise un auto-oscillateur qui a pour principale caractéristique d'avoir un terme source qui compense le terme d'amortissement. Peut-être faut-il ajouter une non-linéarité, respectant la symétrie radiale, au terme d'amortissement pour retrouver ce seuil.



**Figure III.28** – Langue d'Arnold correspondant à l'équation III.51. Calcul réalisé avec les valeurs numériques résumées dans le tableau III.1.

### 6.1.3 Pour aller plus loin avec l'équation de stabilité

Il est très compliqué de trouver une expression analytique exprimant le rayon de l'orbite en fonction de la puissance de l'onde de synchronisation à partir de l'équation III.48. Cependant, on peut simplifier le problème en posant certaines hypothèses comme nous avons fait précédemment. En effet, dans la section précédente, j'ai fait l'hypothèse de l'invariance du rayon de l'orbite quand on ajoute l'onde RF. Mais on peut faire des choix différents pour simplifier l'équation.

#### Hypothèse de l'invariance du premier terme : le rayon s'adapte à la fréquence

On peut faire l'hypothèse que toute la puissance apportée par la RF sert à changer la fréquence de notre système et donc que le premier terme de l'équation III.48 reste nul (i.e. que le rayon « s'adapte » pour compenser le changement de fréquence), on a donc :

$$[G_0\omega + M\omega^2 - \kappa f(R)] = 0 \quad (\text{III.52})$$

$$[\eta\omega - \lambda I_{dc}]^2 - \frac{(\lambda i_{ac})^2}{4} = 0 \quad (\text{III.53})$$

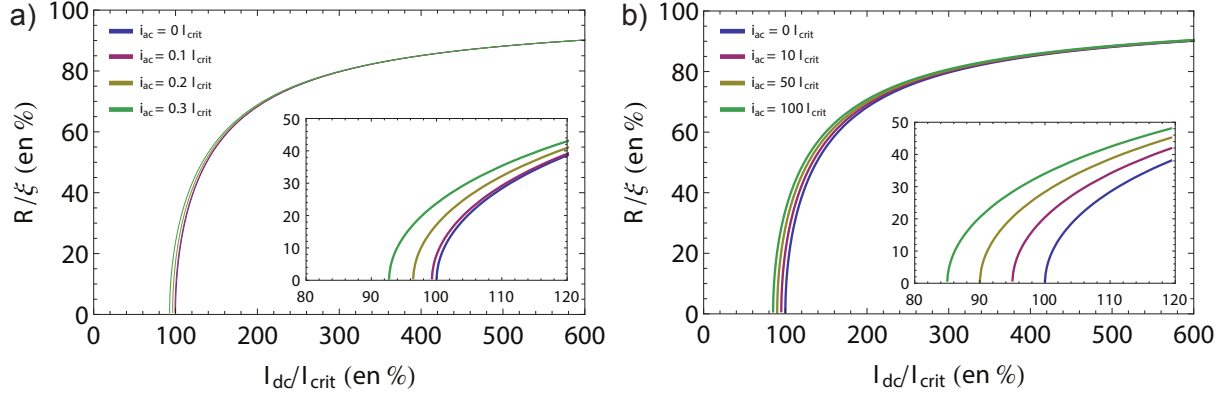
De la deuxième équation on peut extraire la pulsation :

$$\omega = \frac{\lambda I_{dc}}{\eta} \pm \frac{\lambda i_{ac}}{2\eta} \quad (\text{III.54})$$

Le premier terme de la partie de droite vient du courant à DC, le second vient de l'onde RF et le plus ou moins montre que la fréquence peut être *tirée* indifféremment dans une direction ou dans une autre. En injectant cette expression de  $\omega$  dans l'équation III.52.

$$\frac{R^2}{\xi^2} = 1 - \sqrt{\frac{\eta^2 \kappa}{\left(\frac{\lambda i_{ac}}{2} + \lambda I_{dc}\right) \left(\eta G_0 + M \left(\frac{\lambda i_{ac}}{2} + \lambda I_{dc}\right)\right)}} \quad (\text{III.55})$$

Sur la figure III.29 on peut voir l'évolution du rayon<sup>29</sup> en fonction du courant de polarisation. On se rend compte que si le courant ac est suffisamment grand l'oscillateur peut avoir un rayon non nul, même si le courant de polarisation est inférieur à  $I_{dc}^{\text{crit}}$ .



**Figure III.29** – Evolution du rayon en fonction du courant de polarisation pour l'hypothèse a) en considérant le premier terme invariant, c.-à-d. le rayon s'adapte à la fréquence, et b) en considérant le second terme invariant, c.-à-d. l'excitation est à fréquence double de la fréquence naturelle.

### Hypothèse de l'invariance du deuxième terme : l'excitation est à fréquence double de la fréquence naturelle

On peut aussi faire l'hypothèse inverse, en considérant que l'onde RF a une fréquence double de la fréquence naturelle et donc que  $\omega = \omega_0 = \lambda I_{dc}/\eta$  ne change pas. Dans ce cas :

$$\frac{R^2}{\xi^2} = 1 - \sqrt{\frac{1}{\frac{G_0 \lambda I_{dc}}{\eta} + M \left(\frac{\lambda I_{dc}}{\eta}\right)^2 + \frac{\lambda i_{ac}}{2}}} \quad (\text{III.56})$$

Cependant dans ce cas l'influence du courant RF est négligeable. En effet, si on analyse le dénominateur de la fraction sous la racine les termes :  $G_0/\eta \approx 100$  et  $M/\eta^2 \approx 10^7$  sont bien plus grands que le terme correspondant au courant ac. Pour commencer à voir l'influence de ce dernier il faut des courants RF de l'ordre de quelque dizaines de  $I_{dc}^{\text{crit}}$  ce qui est irréaliste.

### Hypothèse que la fréquence de l'oscillateur est imposée par l'excitation

Enfin, la dernière hypothèse que l'on peut analyser est de considérer que l'oscillateur a exactement une fréquence égale à la moitié de la fréquence de l'onde RF.  $\omega$  n'est donc plus

29. donc la racine carré de l'expression précédente

une inconnue, mais un paramètre. On peut donc isoler  $R^2/\xi^2$  en fonction de tous les autres paramètres de l'équation III.48 :

$$\frac{R^2}{\xi^2} = 1 - \sqrt{\frac{\kappa}{M\omega^2 + G_0\omega + \frac{1}{2}\sqrt{(\lambda i_{ac})^2 - 4(\eta\omega - \lambda I_{dc})^2}}} \quad (\text{III.57})$$

Puis on cherche quelles sont les conditions pour que cette formule soit valide. En fait, il faut que  $(\lambda i_{ac})^2 - 4(\eta\omega - \lambda I_{dc})^2 > 0$ . Si on cherche la pulsation maximum et minimum qui respecte cette condition on obtient (en considérant  $I_{dc} > i_{ac}$ ) :

$$\omega_{\min} = \frac{\lambda}{\eta} \left( I_{dc} - \frac{i_{ac}}{2} \right) \quad (\text{III.58})$$

$$\omega_{\max} = \frac{\lambda}{\eta} \left( I_{dc} + \frac{i_{ac}}{2} \right) \quad (\text{III.59})$$

ce qui nous donne la taille de la plage de synchronisation en fonction de  $i_{ac}$ . Ces fréquences extrêmes correspondent aux fréquence solutions dans la première hypothèse que nous avons faite (cf. III.53). Pour les fréquences intermédiaires, cela correspond à un compromis entre les deux hypothèses précédentes.

#### 6.1.4 Conclusion : forces et faiblesses de notre modèle

Pour résumer cette partie sur notre modèle théorique, je résume les forces, mais aussi les faiblesses de celui-ci. Commençons par voir les limites de celui-ci, car évidemment aucun modèle ne saurait être parfait :

- le potentiel que nous avons choisi n'est pas complètement réaliste, car il diverge quand le vortex s'approche du bord du plot. Cependant, les calculs restent facilement transposables à une autre forme de potentiel (polynomiale par exemple), car la seule condition est qu'il soit la forme  $\frac{\partial W(r)}{\partial \mathbf{X}} = -\kappa f(r) \mathbf{X}$ .
- La dépendance de la puissance émise par rapport au courant DC ne correspond pas quantitativement avec l'expérience. De même, la relation fréquence courant est purement linéaire alors que l'on sait qu'elle ne l'est pas complètement.
- Nous n'avons pas pris en compte l'effet du champ d'Ampère généré par le courant RF sur le vortex. Cependant, si l'on considère que le potentiel généré par ce champ est quadratique (ce qui est vrai s'il n'est pas trop proche du bord), la force qui en dérive est linéaire. Dans ce cas, le terme  $\kappa f(R)$  devient  $\kappa(f(R) + h i_{ac} \cos(\omega_{mw} t))$  dans l'équation III.38. Si on refait tout le calcul, on obtient pour  $\omega_{mw} = 2\omega$  l'équation de stabilité :

$$\left[ G_0\omega + M\omega^2 - \kappa f(R) \right]^2 + [\eta\omega - \lambda I_{dc}]^2 - i_{ac}^2 \frac{(\lambda - \kappa h)^2}{4} = 0$$

En posant  $\lambda_{\text{eff}} = \lambda - \kappa h$  on retrouve la forme de l'équation III.48 avec seulement un  $\lambda$  différent.

- Enfin, notre modèle ne prévoit pas de seuil de synchronisation pour la langue d'Arnold. Pour cela je n'ai pas de réponse claire ; il faut sûrement ajouter une non-linéarité sur l'amortissement. Je laisse à mes successeurs le plaisir de résoudre cette énigme ...

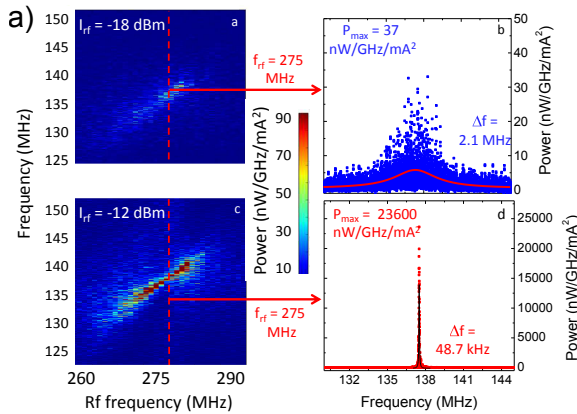
Cependant, malgré ces défauts, notre modèle permet de rendre compte de beaucoup plus de phénomènes que le modèle linéaire utilisé jusqu'à présent :

- Il permet de modéliser un auto-oscillateur. Jusqu'à présent les modèles proposés étaient linéaires (c.-à-d. que la condition de stabilité était indépendante du rayon) ce qui est incompatible avec un auto-oscillateur.
- Il découle du point précédent qu'il possède un cycle limite. Bien que celui-ci n'a pas pu être démontré analytiquement (car il faudrait résoudre un problème qui résiste aux mathématiciens depuis plus d'un siècle), le calcul numérique nous assure de son existence avec des paramètres réalistes. Par ailleurs, nous n'avons pas étudié les conditions d'unicité de ce cycle, car il est tout à fait possible que notre système dynamique en possède plusieurs.
- Il modélise l'existence d'un courant critique et d'une évolution de la fréquence et du rayon de giration avec le courant (le modèle linéaire est indépendant du rayon et ne permet qu'un seul courant et qu'une seule fréquence possible bloqués par les paramètres  $\kappa$  et  $G_0$  :  $\lambda I_{dc} = \eta\omega = \eta\kappa/G_0$ )
- Il permet de faire le parallèle entre le modèle de Mathieu et notre système. Ce qui permet de mettre en exergue son comportement paramétrique. De plus il nous permet de retrouver une langue d'Arnold asymétrique autour de  $\omega_{mw} = 2\omega_0$ .

Pour conclure, nous avons construit un modèle d'auto-oscillateur à partir de l'équation de Thiele en ajoutant une non-linéarité. Cette formulation nous a permis de faire le parallèle entre l'équation paramétrique de Mathieu et notre système et d'étudier leurs caractéristiques communes. Ce modèle apporte clairement une amélioration par rapport au modèle proposé avant le début de ce travail.

## 7 Conclusion

Lorsque l'on cherche à caractériser un oscillateur, une des meilleures approches est d'étudier comment il se couple avec une excitation extérieure. Pour cela, la méthode la plus courante est de le synchroniser avec un autre oscillateur déjà connu. Dans ce chapitre j'ai donc montré qu'il était possible de synchroniser nos oscillateurs à vortex avec un courant RF ayant une fréquence proche de  $f_0$  ou proche de  $2f_0$ . En mesurant la taille des plages de synchronisation autour de ces deux fréquences, j'ai pu mettre en évidence la forme des langues d'Arnold. Celles-ci nous ont appris que le seuil nécessaire pour atteindre la synchronisation est toujours plus faible pour une onde RF ayant une fréquence proche de  $2f_0$ . Cette caractéristique est la signature d'un comportement paramétrique. Enfin, pour le décrire théoriquement, j'ai développé un modèle, basé sur l'équation de Thiele, permettant de faire la comparaison entre notre système et l'équation du pendule paramétrique de Mathieu.



**Figure III.30** – Extrait de [79] a) Droite, cartes couleur du signal émis par la jonction en fonction de la fréquence de l'onde RF, dans le cas (haut) d'une faible puissance RF et (bas) d'une forte puissance RF. Gauche, spectre pour une fréquence de l'onde RF de 275 MHz. b) Langue d'Arnold calculées pour ce système.

Avant de conclure, je tiens à faire remarquer, qu'après que ce travail soit publié, un autre groupe a étudié le comportement paramétrique des oscillateurs à vortex. Dans leur expérience, Bortolotti *et al* [79] se placent dans le cas sous critique, c'est-à-dire que le courant DC, n'est pas suffisant pour avoir un oscillateur auto-entretenu. Puis ils excitent le vortex se trouvant dans la couche libre d'une jonction tunnel magnétique (de type nanopilier) avec une onde RF proche de deux fois la fréquence propre du système. Dans ce cas, ils se mettent dans une situation exactement similaire au cas du pendule paramétrique de Mathieu. Ils constatent, que grâce à l'amplification paramétrique, ils obtiennent un signal équivalent à celui qu'ils ont avec un courant DC sur-critique (c.-à-d. qui permet l'oscillation auto-entretenu). Cette expérience est une preuve du comportement paramétrique des oscillateurs à vortex confinés.

Pour conclure, j'aimerais mettre en avant que la possibilité de synchroniser un oscillateur est important d'un point de vue fondamental, car cela nous donne des informations sur ses mécanismes internes, mais aussi d'un point de vue applicatif. En effet, un des moyens usuels d'avoir un générateur de signal puissant et stable en fréquence (pour la téléphonie et autre radiocommunication) est de coupler plusieurs oscillateurs pour qu'ils oscillent à l'unisson.

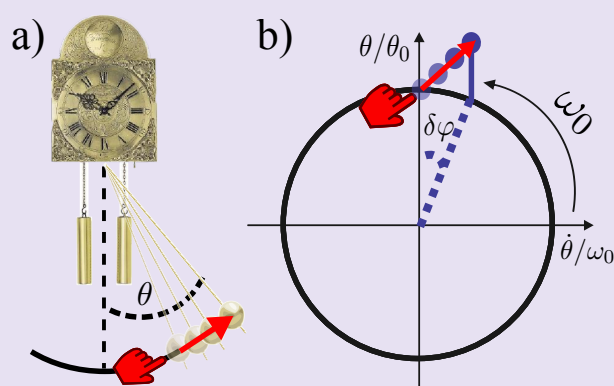


## Résumé pour relecture rapide...

Dans ce chapitre, j'ai présenté les bases de la théorie des auto-oscillateurs et de leur synchronisation. Puis j'ai expérimenté la synchronisation sur notre oscillateur à vortex. Enfin, j'ai développé un modèle décrivant ces résultats.

Pour résumer, les trois caractéristiques d'un oscillateur auto-entretenu sont :

- qu'il possède une source d'énergie qui lui permet de compenser l'amortissement.
- qu'il possède un cycle limite, c'est-à-dire que s'il est perturbé en amplitude, il retrouve, après un certain temps, son mouvement d'origine (fréquence et amplitude).
- que sa phase à l'origine des temps est libre (i.e. la constante  $\varphi$  se trouvant dans l'expression usuelle  $\cos(\omega t + \varphi)$ ). Elle peut être facilement changée par une force extérieure.



**Figure III.31** – a) Schéma d'un auto-oscillateur usuel : l'horloge à balancier. Ici, une force extérieure perturbe le mouvement du pendule en le forçant à augmenter son amplitude. b) Représentation de la perturbation effectuée en a) dans l'espace des phases avec un repère tournant.

La synchronisation par une force extérieure n'est rien d'autre qu'une perturbation, obligeant l'auto-oscillateur à se caler sur elle. Théoriquement on peut synchroniser un oscillateur avec une excitation de fréquence  $f_{mw}$  si le rapport des fréquences  $f_{mw}/f_0$  (où  $f_0$  la fréquence naturelle de l'oscillateur) est proche de  $n/p$  où  $n$  et  $p$  sont des entiers. Cependant l'amplitude de la force extérieure requise peut être différente en fonction de  $n$  et  $p$  ou même hors d'atteinte expérimentalement. Ici, j'ai montré qu'il était toujours plus facile de synchroniser notre oscillateur à vortex avec une fréquence proche du double de  $f_0$ .

Pour faire cela, j'ai injecté, en plus d'un courant continu, une onde RF. Puis j'ai mesuré le spectre issu de l'échantillon en balayant la puissance et la fréquence de l'onde. En faisant cela, j'ai pu reconstituer les langues d'Arnold. Elles indiquent, en fonction de l'amplitude et de la fréquence de l'onde RF, les zones où la synchronisation est possible. Il y a deux langues, une autour de  $f_0$  et l'autre autour de  $2f_0$ . On peut remarquer que le seuil de puissance pour atteindre la synchronisation est plus faible autour de  $2f_0$ .

Après cela, j'ai construit un modèle analytique permettant de décrire notre système en tant qu'auto-oscillateur possédant un cycle limite.

Ce modèle est construit, à partir de l'équation de Thiele généralisée, qui décrit un vortex comme un objet solide soumis à une inertie et à des forces extérieures. Pour modéliser le confinement, j'ai choisi un potentiel ayant une forme peu réaliste au premier abord, car il diverge au bord du plot. Cependant, il permet de s'assurer que le vortex reste confiné dans le plot magnétique (sinon, nos équations n'ont plus de signification). En se restreignant aux solutions périodiques circulaires, nous obtenons l'équation de stabilité :

$$\left(\omega G_0 + M\omega^2 - \kappa f(R)\right)^2 + (\eta\omega - \lambda I_{dc})^2 = 0 \quad (\text{III.60})$$

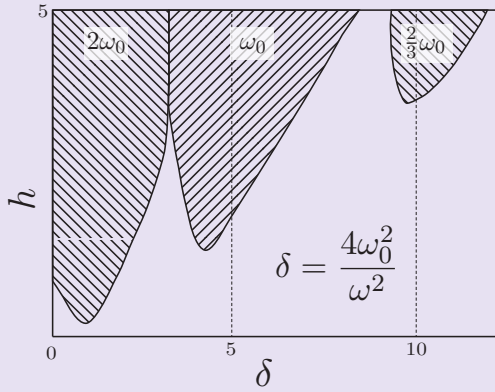
avec  $G_0$  la constante de giration,  $\eta$  le coefficient d'amortissement,  $M$  la masse,  $I_{dc}$  l'intensité du courant de polarisation,  $\kappa f(R)$  le potentiel de confinement qui est fonction du rayon  $R$  de giration du vortex et  $\omega$  la pulsation de celui-ci.

Cette équation donne les conditions pour lesquelles une telle solution est possible. A partir de cette équation, j'ai pu décrire l'existence d'un courant de polarisation critique et la dépendance entre le courant et la fréquence tels que nous avons pu les observer lors des premières mesures du chapitre II.

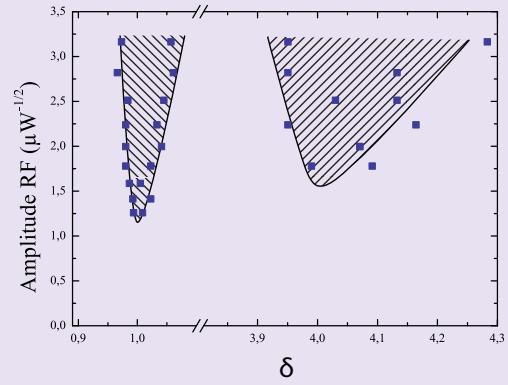
Puis en partant de cette modélisation et en ajoutant un terme représentant l'onde RF, j'ai fait le parallèle entre l'oscillateur paramétrique de Mathieu et les résultats des expériences de synchronisation. L'équation de Mathieu se présente sous la forme :

$$\ddot{x} + \gamma\dot{x} + \omega_0^2 [1 + h \cos(2\omega t)] x = 0 \quad (\text{III.61})$$

Elle correspond par exemple à un pendule harmonique auquel on impose un changement de longueur périodique. Dans ce cas plus simple que le nôtre, on peut calculer les langues d'Arnold qui correspondent aux zones d'instabilités du système.



**Figure III.32** – Langue d'Arnold pour l'équation paramétrique de Mathieu, avec un amortissement de 0,2. Adapté de [78]



**Figure III.33** – Langue d'Arnold expérimentale de notre oscillateur exprimé avec les mêmes paramètres que la figure III.32

On constate une grande similitude entre le graphe des langues d'Arnold pour l'oscillateur paramétrique de Mathieu et pour notre système. Ils ont tous deux une langue correspondant à  $f_0$  et l'autre à  $2f_0$  et cette dernière est atteinte avec une amplitude plus faible. Enfin, je discute les points faibles de notre modèle (e.g. la forme non physique du potentiel) et ses points forts (e.g. prédiction du caractère paramétrique de l'oscillateur).

Dans ce chapitre j'ai donc montré qu'il était possible de synchroniser nos oscillateurs à vortex avec un courant RF ayant une fréquence proche de  $f_0$  ou proche de  $2f_0$ . En mesurant la taille des plages de synchronisation autour de ces deux fréquences, j'ai pu mettre en évidence la forme des langues d'Arnold. Celles-ci nous ont appris que le seuil nécessaire pour atteindre la synchronisation est toujours plus faible pour une onde RF ayant une fréquence proche de  $2f_0$ . Cette caractéristique est la signature d'un comportement paramétrique. Enfin, pour le décrire théoriquement, j'ai développé un modèle, basé sur l'équation de Thiele, permettant de faire la comparaison entre notre système et l'équation du pendule paramétrique de Mathieu.



---

## CHAPITRE IV

---

### MODULATION DE FRÉQUENCE



*Dans ce chapitre nous allons aborder...*

Ce chapitre porte sur la modulation de fréquence (FM) appliquée à mon sujet d'étude : les oscillateurs à vortex. Ici cette expérience de FM consiste à appliquer un courant RF basse fréquence en plus du courant de polarisation.

Dans une première partie, j'explique ce qu'est la FM. Puis j'introduis les outils mathématiques qui la modélisent. Comme on le verra, ce modèle est basé sur le lien entre le courant de polarisation et la fréquence de l'oscillateur.

Dans une deuxième partie, j'expose mes résultats expérimentaux. Puis je constate que la théorie ne peut pas s'appliquer directement sur ceux-ci. En effet, la relation courant-fréquence mesurée en quasi-statique n'est plus applicable ici. J'expose donc une méthode qui permet de l'extraire à partir de ces résultats.

Enfin, je conclus sur les raisons de cette différence entre mesure quasi-statique et mesure de modulation.



## 1 Qu'est-ce qu'est la modulation ?

Le fondement des télécommunications est la transmission d'informations entre un émetteur et un récepteur. Celle-ci se fait par le biais d'un canal reposant sur un support physique. Par exemple, la radio est la transmission d'une voix, le signal d'information, en utilisant une certaine bande de fréquence, le canal, sur les ondes hertziennes, le support physique.

En effet, pour un support physique donné, il existe plusieurs canaux qui correspondent, par exemple, à des bandes de fréquence différentes. Pour les ondes hertziennes, cela va de quelques dizaines de MHz au GHz. Grâce à cela, il est possible de multiplexer les signaux, c'est-à-dire transmettre en parallèle plusieurs signaux sur un même support physique. Cela permet d'avoir plusieurs chaînes de radio et de télévision toutes transmises par des ondes se propageant, en même temps, dans l'atmosphère.

Cependant le signal d'information est rarement adapté, en fréquence, à la transmission directe par le canal de communication choisi. Dans le cas général, il a une fréquence bien inférieure. Par exemple, la voix du présentateur radio est entre 20 Hz et 20 kHz alors que les ondes radio ont une fréquence de l'ordre de la centaine de MHz.

La modulation est le processus par lequel le signal d'information est transposé de sa forme originelle en une forme adaptée au canal de transmission. Pour ce faire, un paramètre d'une onde sinusoïdale à haute fréquence est modifié en fonction du signal d'information que l'on veut diffuser.

Le signal de haute fréquence est appelé la porteuse et celui d'information basse fréquence est appelé le signal modulant. La modulation peut porter sur l'amplitude (AM), la fréquence (FM) ou la phase (PM) de la porteuse. Dans toute cette partie théorique, j'appellerai<sup>1</sup> le signal modulé  $s(t)$  qui est, avant modulation, de la forme :  $s(t) = V_c \cos(\theta(t)) = V_c \cos(\omega_0 t + \phi)$  et le signal modulant  $m(t)$ . Par simplicité, je me limiterai au cas sinusoïdal où  $m(t) = V_m \cos(\omega_m t)$ . Cela n'enlève rien à la généralité de l'étude, car tout signal est décomposable en série de cosinus<sup>2</sup>.

Enfin, il y a deux familles de signaux d'information, les signaux analogiques qui sont continus, comme la voix du présentateur radio, et les signaux numériques qui sont discrets, comme ceux générés par l'ordinateur lorsque l'on navigue sur internet grâce au WiFi. Ici, nous aborderons principalement la modulation analogique.

---

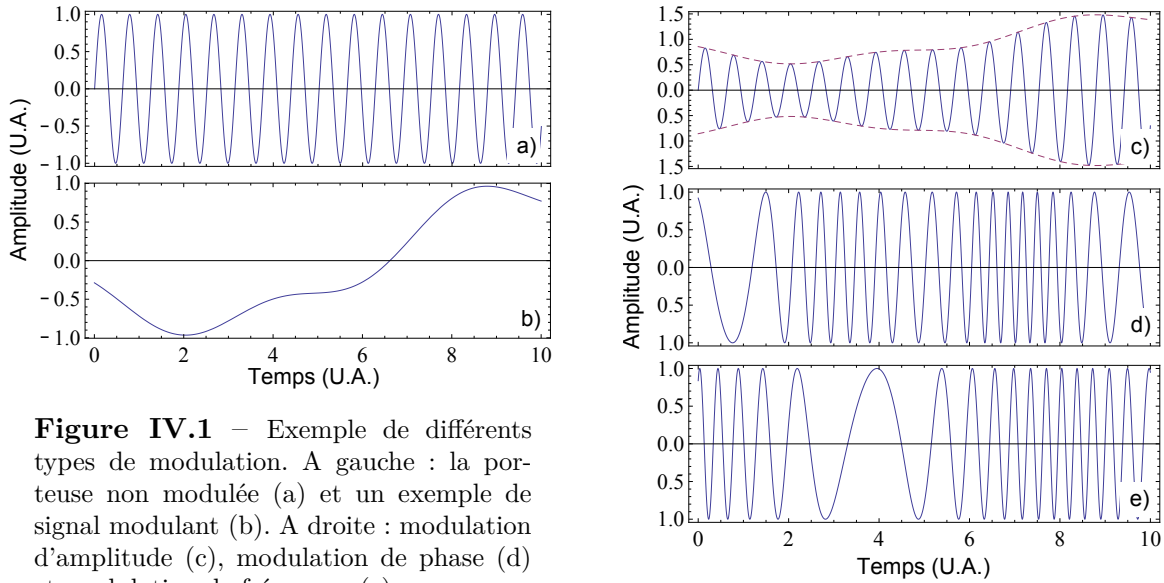
1. Les notations ont été choisies pour rester au plus près de la littérature spécialisée. L'indice  $c$  est pour *carrier* qui signifie porteuse en anglais et  $m$  pour modulation.  $f_0$  (resp.  $\omega_0$ ) est la fréquence naturelle (resp. la pulsation naturelle) de l'oscillateur générant la porteuse. Je garde  $f_c$  pour la fréquence du pic central (aussi appelé porteuse par abus de langage) lorsque celle-ci ne correspond pas à  $f_0$ .

2. De même, de façon à alléger les équations, j'ai considéré que la phase à l'origine des temps (la constante se trouvant dans le cosinus) est nulle.

## 2 Les différents types de modulation

Il y a deux grandes familles dans les méthodes de modulation, la modulation d'amplitude et la modulation d'angle (qui inclut la modulation de fréquence et la modulation de phase). La première fait varier l'amplitude  $V_c$  et l'autre la phase<sup>3</sup>  $\theta$  de la porteuse en fonction du signal modulant.

Il y a des dizaines de sous-catégories en fonction de l'implémentation de la méthode choisie. Cependant toutes utilisent ou combinent trois grands types de modulation : la modulation d'amplitude, la modulation de phase et la modulation de fréquence. Dans cette partie je me restreindrai aux connaissances de base, c'est-à-dire ce que l'on trouve dans les manuels universitaires. Dans la partie 3, je développerais la FM plus en détail dans le cas non-linéaire ce qui, par la suite, servira à l'analyse des données expérimentales.



**Figure IV.1** – Exemple de différents types de modulation. A gauche : la porteuse non modulée (a) et un exemple de signal modulant (b). A droite : modulation d'amplitude (c), modulation de phase (d) et modulation de fréquence (e).

### 2.1 La modulation d'amplitude

Cette technique de modulation fut la première utilisée pour la radio- transmission. Les premiers essais remontent au début du 20<sup>e</sup> siècle. Elle est relativement simple à mettre en œuvre avec, par exemple, un amplificateur à gain réglable. De plus, la démodulation est, elle aussi, aisée, car il suffit d'utiliser un détecteur d'enveloppe.

Dans l'AM, l'amplitude de la porteuse varie autour de son point de fonctionnement, en fonction du signal modulant. Mathématiquement cela se traduit par une expression de la forme :  $s(t) = [V_c + m(t)]\cos(\omega_0 t)$ . En développant, avec  $h = V_m/V_c$  cela donne :

$$s(t) = V_c[1 + h \cos(\omega_m t)] \cos(\omega_0 t) \quad (\text{IV.1})$$

$$= V_c \cos(\omega_0 t) + V_c h \cos(\omega_m t) \cos(\omega_0 t) \quad (\text{IV.2})$$

$$= V_c \cos(\omega_0 t) + \frac{V_c h}{2} \cos((\omega_0 + \omega_m)t) + \frac{V_c h}{2} \cos((\omega_0 - \omega_m)t) \quad (\text{IV.3})$$

Cette dernière relation montre que spectralement le signal modulé est constitué d'un pic central à la fréquence  $\omega_0$ , la porteuse, encadrée par deux pics satellites espacés de

3. Ici je parle de la phase totale qui correspond à l'ensemble de l'argument qui se trouve dans le cosinus.

la porteuse d'une distance égale à la fréquence de modulation. Le graphe *c* de la figure IV.1 montre l'effet de la modulation d'amplitude. On voit clairement que l'enveloppe de la porteuse correspond au signal modulant.

Avant de passer à la modulation angulaire, arrêtons-nous sur deux points intéressants de la modulation d'amplitude :

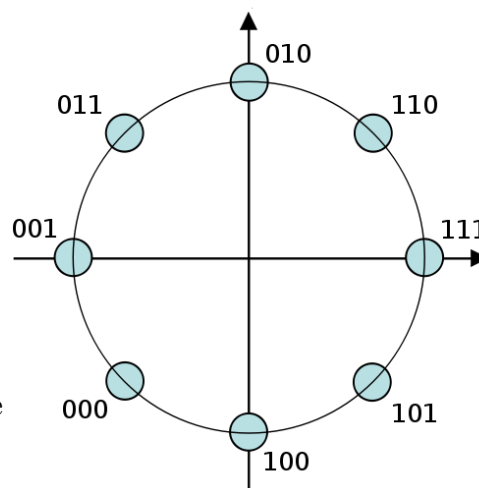
- La porteuse est entourée de seulement deux satellites ; ce ne sera pas le cas de la FM qui en a théoriquement une infinité.
- La modulation d'amplitude ne se fait pas à puissance constante contrairement aux modulations d'angle : PM et FM. Cela peut poser un problème lors de la réception : on ne peut pas compenser le bruit d'amplitude lié à une atténuation variable (par exemple si le récepteur se déplace comme c'est le cas lorsque que l'on écoute la radio dans une voiture).

### 2.2 La modulation de phase

Avec la modulation de fréquence que l'on verra juste après, la modulation de phase appartient à la famille des modulations d'angle, car la valeur qui varie en fonction du signal modulant est contenue dans le cosinus de la porteuse.

Elle est surtout utilisée pour la transmission de signaux numériques, tel que le réseau sans fil WiFi ou les puces RFID. Dans ce cas on découpe l'espace des phases en  $2^n$  parties chacune représentant une combinaison de bits (cf. figure : IV.2). A chaque temps d'horloge d'échantillonnage numérique, la phase saute d'un *point bleu* à un autre sur le diagramme de constellation. Cette technique s'appelle la PSK pour *Phase-shift keying* (modulation par changement de phase)

L'inconvénient de cette technique est qu'elle est difficile à mettre en œuvre. C'est pourquoi elle est arrivée plus tard dans le monde des télécommunications. De plus, elle est peu robuste au bruit. Elle n'est donc utilisée que pour des transmissions à courte distance.



**Figure IV.2** – Diagramme de constellation pour une modulation de phase sur 3 bits (donc  $2^3 = 8$  combinaisons). Celui-ci est un diagramme de phase sur lequel chaque point bleu correspond à une phase codant une information sur 8 bits. Voir paragraphe 1.3 du chapitre III (p 54) pour plus de détails sur la notion de d'espace des phases.

### 2.3 La modulation de fréquence

Dans la FM, ce n'est plus la phase, mais la fréquence qui est modulée par le signal d'information. Historiquement, la FM est arrivée après l'AM, elle a été brevetée en 1933, mais n'a été utilisée commercialement qu'à la fin des années 30. La FM, bien que plus compliquée à réaliser, apporte un avantage de taille : l'amplitude de l'onde reste constante. Cela la rend moins sensible au bruit dû à la variation d'amplitude, (que l'on peut éliminer à la réception). En contrepartie, cela se paye par une plus grande bande fréquentielle utilisée : là où l'AM n'a que deux satellites, la FM en a théoriquement une infinité.

La modulation de fréquence consiste à faire varier, en fonction du temps, la fréquence propre de l'oscillateur qui génère la porteuse.

Partons de l'hypothèse que cet oscillateur est parfait et qu'il a donc un signal parfaitement sinusoïdal de la forme  $V_c \cos(\omega_0 t) = V_c \cos(\theta(t))$  avec  $\theta(t) = \omega_0 t$ . Par définition, la fréquence instantanée est proportionnelle à la dérivée de la phase totale :

$$f_i \equiv \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (\text{IV.4})$$

La modulation consiste à faire varier  $f_i$  tel que  $f_i = f_0 + h \cdot m(t)$ , avec  $m(t)$  le signal modulant et  $h$  la sensibilité à la modulation de l'oscillateur générant la porteuse.

La figure IV.1.d montre l'effet de la FM. On peut voir la fréquence du signal modulé suivre l'évolution du signal modulant : elle augmente lorsque qu'il est grand et diminue dans le cas contraire.

Par souci de simplicité, je vais considérer que le signal modulant est sinusoïdal. Cela simplifie les calculs sans leur enlever leur généralité. Avec  $m(t) = V_m \cos(\omega_m t)$ , on obtient donc :

$$f_i = f_0 + h \cdot V_m \cos(\omega_m t) \quad (\text{IV.5})$$

A partir de la définition de la fréquence instantanée IV.4 et en posant  $f_{dev} = V_m \cdot h$ , on peut calculer la phase,  $\theta$ , de l'oscillateur :

$$\theta(t) = 2\pi f_0 t + 2\pi h V_m \int_0^t \cos(\omega_m \tau) d\tau \quad (\text{IV.6})$$

$$= \omega_0 t + \frac{V_m h}{f_m} \sin(\omega_m t) \quad (\text{IV.7})$$

$$= \omega_0 t + \frac{f_{dev}}{f_m} \sin(\omega_m t) \quad (\text{IV.8})$$

Notre signal modulé est donc de la forme  $s(t) = V_c \cos(\omega_0 t + \beta \sin(\omega_m t))$  avec  $\beta = f_{dev}/f_m$  qui est l'index de modulation. Pour continuer notre calcul il est plus simple de passer en notation complexe. Ce qui donne pour le signal modulé  $s(t)$  :

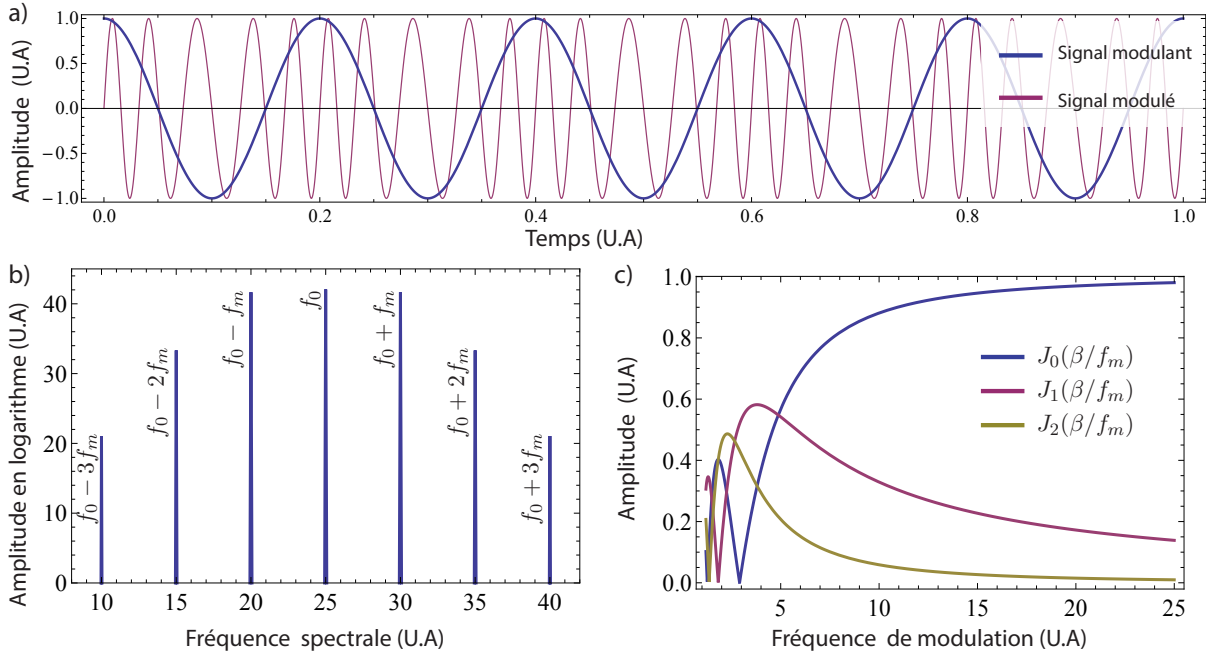
$$s(t) = V_c e^{i(\omega_0 t + \beta \sin(\omega_m t))} \quad (\text{IV.9})$$

On trouve une fonction exponentielle contenant une fonction sinus. Grâce à une propriété des fonctions  $J_n$  de Bessel :  $e^{iz \sin \phi} = \sum_n J_n(z) e^{in\phi}$ , on obtient la décomposition du signal sur la base de Fourier :

$$s(t) = V_c e^{i(\omega_0 t)} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) e^{i(n\omega_m t)} \quad (\text{IV.10})$$

Spectralement la porteuse (pour  $n=0$ ) a une amplitude  $J_0(f_{dev}/f_m)$ . Elle est entourée d'une infinité de satellites (pour  $n = \pm 1, \pm 2, \dots$ ) qui ont une amplitude  $J_n(\beta)$  et de fréquence  $f_0 \pm n f_m$ .

Dans la pratique la règle de Carson [80] indique que 98% de l'énergie se situe dans la bande spectrale :  $B_T \simeq 2f_{dev} + 2f_m = 2f_{dev} \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$  autour de la porteuse.



**Figure IV.3** – a) Exemple de signal modulé.  $f_0 = 25$  U.A.,  $f_m = 5$  et  $f_{dev} = 1.4$ . b) Transformée de Fourier du signal de la figure (a) représentée en échelle linéaire logarithmique (dB) arbitraire. c) Représentation des 3 premières fonctions de Bessel. Elles représentent l'évolution de l'amplitude de la porteuse ( $J_0$ ) et des deux premiers ordres de satellite ( $J_1$  et  $J_2$ ).

On peut voir un exemple de FM sur la figure IV.3. On peut remarquer que le spectre est symétrique par rapport à la porteuse (à  $f_0$ ). Comme on le verra plus tard, cela ne sera plus le cas pour la FM non linéaire.

De plus, le graphe des fonctions de Bessel<sup>4</sup> permet de constater que :

- La fonction de Bessel modélisant l'amplitude de la porteuse a un lobe à base fréquence, entouré par deux extinctions et une saturation à 1 pour les grandes fréquences de modulation.
- Les fonctions qui modélisent les satellites n'ont pas de saturation, mais un maximum puis une décroissance tendant vers zéro.
- La porteuse n'est pas toujours le pic le plus grand. De plus, pour certaines fréquences de modulation, la porteuse ou un ordre de satellite ont une amplitude nulle, c'est un zéro de la courbe. C'est ce que l'on appellera une extinction. Pour un pic donné, il y a plusieurs extinctions pour différentes fréquences de modulation. On appellera celle correspondant à la plus grande fréquence (le plus à droite sur la figure), la dernière extinction ou le dernier zéro.

Avant de conclure cette partie d'introduction sur la FM, j'aimerais faire remarquer que le calcul présenté ici est linéaire. Il part du principe que l'on peut réellement moduler la fréquence en  $f_i = f_c + h.m(t)$ . En fait, dans de nombreux cas, la fréquence ne varie pas linéairement avec le paramètre modulant. Dans le cas de notre oscillateur à vortex où le

4. Sur cette figure c'est la valeur absolue des fonctions de Bessel qui est tracée. En effet, dans la pratique, on mesure les amplitudes de chaque composante spectrale avec un analyseur de spectre qui est insensible au signe.

paramètre modulant est le courant  $i_{ac}$ , on a  $f_i = f_c + g(i_{ac}(t))$  avec  $g$  un polynôme. On reviendra sur ce point dans le paragraphe 3.

## 2.4 Conclusion sur les différents types de modulation

Il existe une grande variété de techniques de modulation, toutes utilisant des variations de ses trois grandes techniques de base combinées ou non entre elles. Je ne rentrerai pas dans les détails ici, mais pour percevoir les nombreuses possibilités offertes par la modulation, voici quelques exemples couramment utilisés :

- On peut faire de la modulation en « cascade » avec des sous-porteuses. Par exemple, pour diffuser la radio en stéréo, on génère deux signaux ayant chacun une bande de 30 Hz à 15 kHz (ce qui correspond à la voix) : l'un étant la somme des deux canaux droite et gauche, « D + G », et l'autre la différence, « D - G ». La différence sert ensuite à moduler en amplitude une sous porteuse à 38 kHz. Puis la porteuse est modulée en fréquence par la somme du signal « D + G » et de la sous porteuse modulée par « D - G ». De cette façon, après démodulation, les récepteurs mono coupent les fréquences supérieures à 23 kHz (qui sont inaudibles) et l'auditeur a bien la somme des deux côtés. Les récepteur stéréo séparent les deux canaux et en les additionnant ou en les soustrayant, on restaure le canal droite et le gauche séparément.
- Dans l'AM on peut rejeter la porteuse (avec un filtre coupe-bande) de façon à économiser la consommation énergétique lors de l'amplification. En effet, la porteuse est le pic le plus grand et ne transporte aucune information. Il suffira à l'appareil de réception de la régénérer avant la démodulation. Le problème pour le récepteur est de retrouver la fréquence de la porteuse ; si ce n'est pas exactement la bonne, le signal est mal démodulé et il y a une perte partielle de l'information. C'est ce qui se passe quand on tourne le bouton de réglage de la fréquence de la radio et que l'on s'approche suffisamment de la bonne fréquence.
- De même, en plus de rejeter la porteuse, on peut supprimer l'un des satellites (car ils portent tous les deux la même information) ce qui réduit fortement la bande fréquentielle utilisée.

Dans le cadre de cette thèse, je me suis intéressé à la modulation de fréquence uniquement. En effet les oscillateurs à vortex sont facilement accordables en fréquence ce qui permet de faire de la FM. Par ailleurs, leur amplitude reste quasi constante lorsque l'on change le courant de polarisation. Donc on ne fait pas de l'AM en parallèle de la FM.

### 3 La FM non-linéaire

Dans le paragraphe 2.3, j'ai présenté la modulation de fréquence linéaire. Par linéaire, j'entends que la relation entre le paramètre modulant et la fréquence de l'oscillateur générant la porteuse est linéaire. Cependant, la linéarisation, autour d'un point de fonctionnement n'est pas toujours possible. C'est le cas des oscillateurs à vortex, qui sont faiblement non linéaires, mais suffisamment pour nous obliger à compléter la théorie.

Dans le cas des oscillateurs à vortex, le paramètre qui permet au signal modulant de modifier sa fréquence est le courant de polarisation. Cette relation courant-fréquence peut être mesurée expérimentalement en quasi-statique<sup>5</sup> (cf. chap 2, 3.4 ou IV.12.b).

Dans notre cas elle peut être décrite par un polynôme d'ordre 3. En recentrant cette fonction autour du point de fonctionnement, nous obtenons une relation de la forme :

$$\omega(I_{dc} + i) = \omega_0 + a.i + b.i^2 + c.i^3 \quad (\text{IV.11})$$

avec  $i$  le courant de modulation. De plus, si celui-ci est de la forme  $i = i_{ac} \cos(\omega t)$  on obtient :

$$\omega(I_{dc} + i_{ac} \cos(\omega_m t)) = \omega_0 + a i_{ac} \cos(\omega_m t) + b i_{ac}^2 \cos^2(\omega_m t) + c i_{ac}^3 \cos^3(\omega_m t) \quad (\text{IV.12})$$

En développant les puissances de cosinus cela nous donne :

$$\omega(I_{dc} + i_{ac} \cos(\omega t)) = \omega_c + \left( a i_{ac} + \frac{3}{4} c i_{ac}^3 \right) \cos(\omega_m t) + \frac{1}{2} b i_{ac}^2 \cos(2\omega_m t) + \frac{1}{4} c i_{ac}^3 \cos(3\omega_m t) \quad (\text{IV.13})$$

Comme dans le paragraphe 2.3, on trouve la phase  $\theta(t)$  en intégrant la pulsation instantanée donnée par l'équation IV.13.

$$\theta(t) = \int_0^t \omega(t') dt' \quad (\text{IV.14})$$

$$= \omega_c t + \frac{B_1}{\omega_m} \sin(\omega_m t) + \frac{B_2}{\omega_m} \sin(2\omega_m) + \frac{B_3}{\omega_m} \sin(3\omega_m t) \quad (\text{IV.15})$$

avec :

$$B_1 = a i_{ac} + \frac{3 c i_{ac}^3}{4}, \quad B_2 = \frac{b i_{ac}^2}{4}, \quad B_3 = \frac{c i_{ac}^3}{12}, \quad (\text{IV.16})$$

et :

$$\omega_c = \omega_0 + \frac{b i_{ac}^2}{2} \quad (\text{IV.17})$$

Le signal modulé  $s(t)$  est alors un cosinus d'une somme de sinus :

$$s(t) = V_c \cos \left( \omega_c t + \frac{B_1}{\omega_m} \sin(\omega_m t) + \frac{B_2}{\omega_m} \sin(2\omega_m) + \frac{B_3}{\omega_m} \sin(3\omega_m t) \right) \quad (\text{IV.18})$$

Là encore, on suit la même méthodologie que dans le cas linéaire pour obtenir la décomposition de Fourier. On obtient une somme de produit de fonctions de Bessel :

$$s(t) = V_c e^{i\omega_c t} \sum_{n,m,p} J_n \left( \frac{B_1}{\omega_m} \right) J_m \left( \frac{B_2}{\omega_m} \right) J_p \left( \frac{B_3}{\omega_m} \right) e^{i(n+2m+3p)\omega_m t} \quad (\text{IV.19})$$

5. On reviendra sur ce point dans la partie analyse des données.

**Que nous apprend cette formule ?**

- La fréquence du pic central, celui correspondant à la porteuse n'est plus  $f_0$  mais  $f_c = f_0 + \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{b_i^2}{2}$ . Ce décalage de fréquence est difficilement mesurable pour nous, car il est de l'ordre de la précision expérimentale avec laquelle on peut définir la fréquence d'un pic (à cause du *jitter* et de la largeur de raie)
- L'amplitude normalisée du pic numéro  $l$  (avec  $l = 0$  pour la porteuse ;  $l = +1$  (resp.  $l = -1$ ) pour le premier satellite droite (resp. gauche), etc.) est défini par :

$$\frac{V_l}{V_c} = \sum_{n,m,p} J_n \left( \frac{B_1}{\omega_m} \right) J_m \left( \frac{B_2}{\omega_m} \right) J_p \left( \frac{B_3}{\omega_m} \right) \delta_{m+2n+3p-l} \quad (\text{IV.20})$$

Nous avons donc une formule qui relie l'amplitude d'un pic aux trois coefficients de la relation fréquence-courant (à travers  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$  qui sont fonction de  $a$ ,  $b$  et  $c$ ), à l'amplitude et à la fréquence de l'onde modulante.

- En fonction des paramètres, cette formule peut donner un résultat positif ou négatif. Cependant, nous ne pouvons mesurer que la valeur absolue de l'amplitude des pics, puisque le signe ne correspond qu'à un déphasage (un analyseur de spectre ne mesure pas les déphasages cf. Chap II paragraphe 2.3)
- Cette formule est basée sur une somme infinie, il va donc falloir trouver comment la tronquer sans perdre trop de précision par rapport aux mesures (cf. 5.4).

**Remarque : FM et AM !**

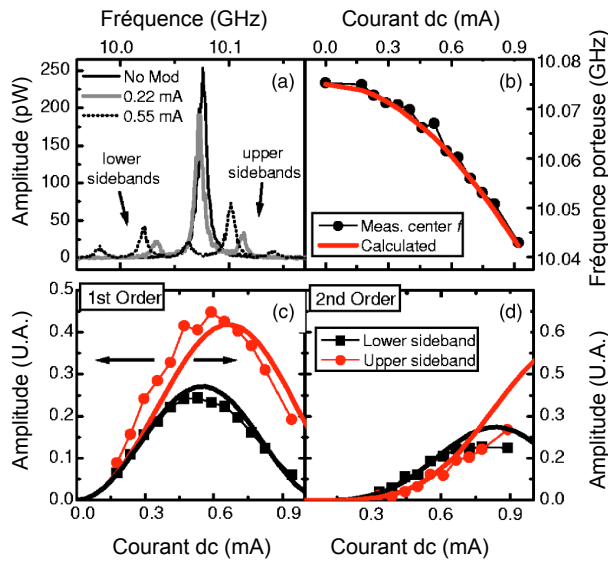
Ici on ne traite que la non-linéarité liée à la fréquence. Une autre source de non-linéarité possible est la dépendance de l'amplitude de la porteuse avec le courant de polarisation. Dans ce cas là, on ne fait plus seulement de la FM, mais un mélange entre FM et AM. Pour notre cas, cela n'ajoute rien à la compréhension de nos résultats expérimentaux et comme on le verra par la suite, on peut expliquer tous les résultats avec la FM seulement. Cela vient du fait que :

- la dépendance de l'amplitude avec le courant de polarisation est faible, avec une pente de l'ordre de  $7,4 \text{ nV} \cdot \text{Hz}^{-1/2} \cdot \text{mA}^{-1}$ .
- il y a beaucoup bruit d'amplitude, c'est-à-dire que celle-ci varie entre deux mesures successives. Dans le chapitre II, la courbe II.15 page 46 montre bien ce phénomène et les spectres sont obtenus à partir de moyenne sur au moins 20 mesures.



## 4 Etat de l'art sur la modulation dans les oscillateurs spintroniques

Ici, je retrace à travers quelques articles de la littérature, comment les phénomènes de modulation dans les oscillateurs spintroniques ont été introduits dans la communauté. Je limiterai cette revue aux articles fondateurs. Évidemment, il y a d'autres articles qui proposent des variantes de ces articles fondateurs, tels que les références Pogoryelov *et al* de 2011 [81] ou Muduli *et al* de 2011 [82] où les auteurs étudient la modulation sur deux STO couplés ou la référence [81] qui explique l'évolution de la largeur de raie avec la modulation.



**Figure IV.4** – Adapté de [83]. Modulation sur des STO macrospin nanocontact avec une onde RF à de 40 MHz en fonction de son amplitude. a) Spectre du signal de sortie pour différentes valeurs de courant de modulation. b) Evolution de la fréquence de la porteuse en fonction du courant de modulation. c-d) Amplitude des satellites de 1er et 2nd ordre, les lignes correspondent aux prévisions du modèle, les points (rond et carré) aux mesures.

Le premier article qui présente une expérience de modulation dans les oscillateurs macrospin est celui de Pufall *et al* [83] en 2005. Leurs échantillons sont des oscillateurs nanocontact basés sur une vanne de spin (cf. chap I section 2.2.2 page 10). Dans cet article, les auteurs expliquent leur résultat grâce à la théorie de la FM linéaire, et introduisent le fait qu'elle est généralisable au cas non linéaire sans donner plus de détails.

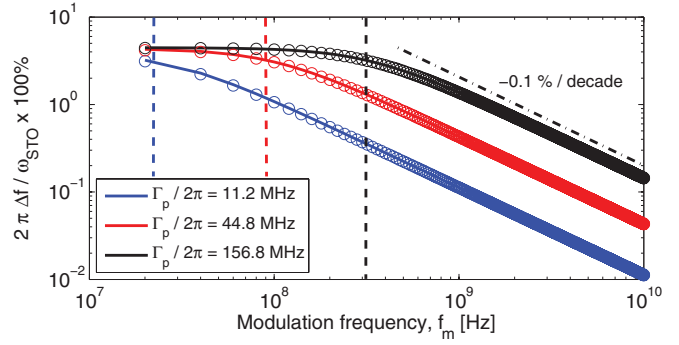
Cette article est fondateur, car, il introduit dans la communauté le phénomène de modulation et les théories qui la modélisent.

Plus tard, en 2010, Consolo *et al* [84] généralisent les modèles décrits par Pufall *et al* [83]. Ils présentent un modèle de modulation d'amplitude et de fréquence non-linéaire où les relations fréquence-courant et amplitude-courant peuvent être des polynômes d'ordre arbitrairement grand. Ce modèle a le grand avantage de pouvoir expliquer le mélange entre FM et AM, quelles que soient les relation fréquence-courant et amplitude-courant. Dans la même période, d'autres auteurs, comme par exemple Muduli *et al* [85], utilisent des modèles similaires pour expliquer leur données expérimentales.

Enfin, récemment, Iacocca *et al* [86] présente un nouveau modèle de modulation non-linéaire ne reposant pas sur celui décrit dans les paragraphes précédents. Dans cet article, les auteurs font une étude théorique sur la modulation dans le cadre du modèle développé par Kim, Tiberkevich et Slavin appliquée aux oscillateurs macrospin [58] (qui a déjà été évoqué dans le chapitre III paragraphe 1.4.2).

Dans leur théorie, ils appliquent une modulation d'amplitude grâce à une variation de l'anti-amortissement (qui correspond au *spin transfer torque*). À cause du lien entre l'amplitude et la fréquence, une FM apparaît en plus de l'AM. Dans le cas où l'oscillateur est quasi-linéaire (c.-à-d.  $\nu \approx 0$ ), il reste seulement de la modulation d'amplitude.

Le point important à retenir en lien avec le travail de cette thèse est que l'index de modulation (et donc la sensibilité à la déviation) apparaît fonction de la fréquence de la modulation. Par contre, d'après ces prédictions théoriques, elle ne peut que s'effondrer après une fréquence de coupure.



**Figure IV.5** – Excursion de la fréquence de la porteuse  $\delta f$  en fonction de la fréquence de modulation. Les lignes en pointillés verticales représentent la fréquence de coupure. Extrait de [86].

Il est important de remarquer que ce travail a été réalisé en parallèle du mien par un autre groupe de recherche. Il n'a donc pas pu servir de base de réflexion au début de l'analyse de ces résultats.



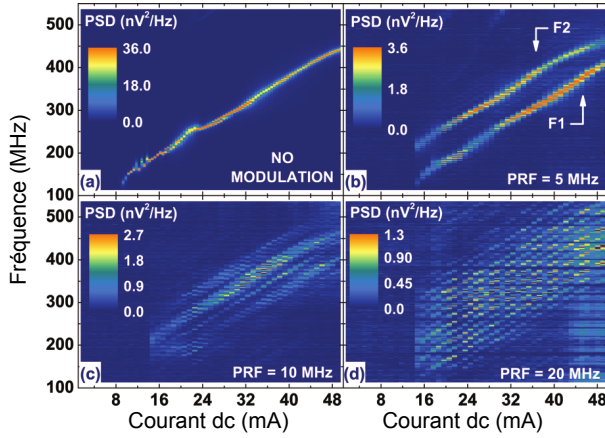
*Remarque :*

Tous les articles expérimentaux de modulation de fréquence dans les STO montrent des résultats en fonction de l'amplitude de l'onde modulante,  $i_{ac}$  et jamais en fonction de la fréquence. De plus, tous les auteurs utilisent la relation fréquence-courant mesurée en quasi-statique pour extraire les paramètres nécessaires pour *fiter* l'évolution de l'amplitude des pics. Nous allons voir qu'ici ce n'est plus possible.

Enfin, il y a aussi deux articles de Manfrini *et al* qui sont importants de mentionner. Dans le premier [87], les auteurs testent l'agilité, c'est-à-dire le temps de transition entre deux états dynamiques, d'un oscillateur à vortex. Ici, l'oscillateur à vortex est de type nanocontact (cf. Chap I 1.14 page 19) donc non confiné comme ceux étudiés dans cette thèse. Théoriquement, l'agilité d'un tel oscillateur est infinie, car, entre deux états dynamiques, le vortex garde le même rayon de précession, il change juste de vitesse.

Pour tester cela, les auteurs ajoutent à un courant continu un signal carré de l'ordre de la dizaine de MHz, toutes les demi-périodes le courant de polarisation change brutalement. Ils en concluent que l'oscillateur change d'état en moins de 20 ns ce qui correspond à une dizaine de périodes, mais ils n'ont pas la résolution expérimentale pour connaître la valeur exacte.

Le deuxième article [88] est paru après le commencement de mon travail. Toujours sur le même type d'échantillon, les auteurs testent la modulation par déplacement de fréquence (FSK pour *frequency-shift keying*). Cette technique est un cas particulier de modulation



**Figure IV.6** – Adapté de [88]. Cartes couleur de spectre en fonction du courant de polarisation. a) Sans modulation, on voit clairement l'évolution de la fréquence en fonction du courant. b) Modulation avec un signal crête à crête de  $2I_{\text{mod}} = 10$  mA. On voit simultanément deux pics, l'un correspondant à la fréquence pour  $I_{dc} - I_{\text{mod}}$  et l'autre à pour  $I_{dc} + I_{\text{mod}}$  (le temps de balayage de l'analyseur de spectre est bien plus grand que la période de modulation ; voir chap. II 2.3 page 36). Le vortex a le temps de passer d'un état à l'autre. c) et d) Pour une fréquence de modulation supérieure à 10 MHz, les deux pics ne sont plus clairement définis. Le vortex ne peut plus suivre la modulation.

de fréquence où le signal modulant est un signal carré. Cela permet de coder des données binaires (si le signal est haut ou bas, on a un 0 ou un 1, sur le même principe que la PSK vue au paragraphe 2.2).

Le courant de modulation,  $i_{ac}$ , est d'environ 10 mA. L'expérience consiste à balayer le courant de polarisation  $I_{dc}$  entre 48 et 16 mA. Différentes fréquences de modulation,  $f_m$ , sont expérimentées de 5 à 25 MHz par pas de 5 MHz. Ils mesurent la densité spectrale de puissance grâce à un analyseur de spectre.

Il observent que pour  $f_m < 10$  MHz ils ont une résolution complète de deux pics, l'un correspondant à  $I_{dc} + i_{ac}$  et l'autre à  $I_{dc} - i_{ac}$ . Par contre, pour des  $f_m$  plus grandes, ils n'ont plus de distinction aussi nette entre les deux états.

Ils considèrent que pour  $f_m = 15$  MHz il n'y a plus de transition abrupte entre les deux fréquences. Il en concluent que le vortex a besoin d'au moins 25 ns pour se stabiliser après un changement d'état. Je reviendrai sur cette notion de temps caractéristique dans la partie 5.5.

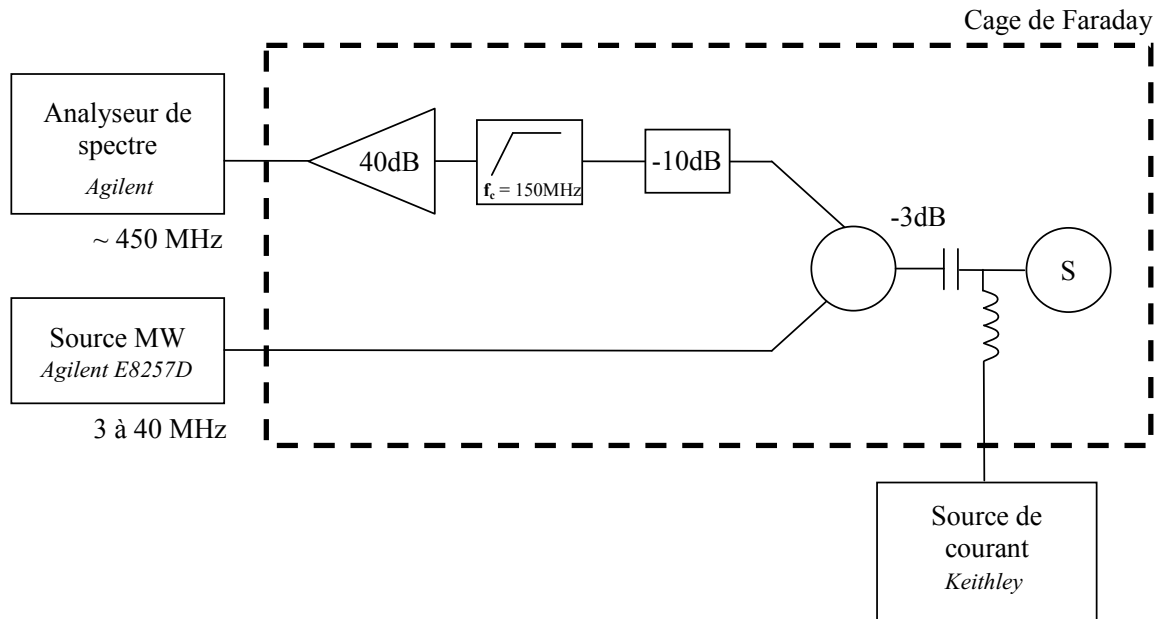
## 5 Expérimentation

Maintenant que j'ai posé les bases théoriques de la modulation de fréquence et son contexte au sein de la communauté, je vais exposer les mesures de FM que j'ai réalisées durant ma thèse, ainsi que leur interprétation.

Ici je module l'oscillateur à vortex grâce à la dépendance de la fréquence de l'oscillateur avec le courant de polarisation. Le principe de la mesure est d'envoyer une onde sinusoïdale « basse » fréquence<sup>6</sup> (simulant le signal contenant de l'information) en plus du courant continu. Cela ajoute une « lente » variation du courant de polarisation.

### 5.1 Banc expérimental

#### 5.1.1 Description de l'expérience



**Figure IV.7** – Schéma du banc expérimental utilisé pour faire les mesures de modulation.

Le banc expérimental utilisé pour les expériences de modulation de fréquence est le même que celui utilisé pour les mesures de synchronisation ; je renvoie le lecteur au chapitre III paragraphe 4 (page 63) pour une description détaillée. La grande différence entre les deux expériences est qu'ici, l'onde radio-fréquence n'est plus proche de  $f_0$  ou de  $2f_0$ , mais de l'ordre de quelques MHz.

Comme on peut le voir sur la figure IV.7, la deuxième différence est que sur la branche spectrale entre l'échantillon et l'analyseur de spectre, j'ai ajouté un amplificateur. En amont

6. Ici je mets basse entre guillemets, car les fréquences que j'ai utilisées sont relativement basses par rapport aux fréquences utilisées en télécommunication, mais elles représentent tout de même jusqu'à un dixième de la fréquence naturelle de l'oscillateur

de celui-ci un filtre passe-haut permet de rejeter l'onde de modulation qui sinon ferait saturer l'amplificateur. Enfin l'atténuateur empêche que des ondes stationnaires s'établissent sur cette branche. En effet, toutes les ondes rejetées par le filtre sont réfléchies et doivent donc être atténuées. Pour s'assurer que la présence de ces trois éléments ne perturbe pas la mesure, j'ai aussi réalisé les expériences sans ceux-ci. J'ai heureusement des résultats similaires, bien que le rapport signal sur bruit soit évidemment moins bon. Cela m'oblige donc à faire beaucoup plus de moyenne (de l'ordre de 50 moyennes) sur chaque mesure et augmente considérablement le temps de mesure.

### 5.1.2 Limites expérimentales

Expérimentalement, il y a deux paramètres sur lesquels il est possible d'agir : la puissance de modulation (entre -25 dBm et -5 dBm) et la fréquence de modulation (entre 3 MHz et 50 MHz). Ici, je me suis concentré sur des séries de mesure en balayant la fréquence à puissance fixe.

La plage et le pas de mesure choisis sont des compromis entre le temps de mesure et les limites instrumentales et physiques. J'ai choisi de mesurer entre 3 et 30 MHz, par pas de 0,5 MHz ce qui correspond à des séries de mesure durant environ 2 heures.

Le pas a été choisi de façon à avoir un temps de mesure raisonnable et une précision relativement bonne puisque la largeur de raie est de l'ordre du MHz. Un pas plus petit n'aurait donc rien apporté.

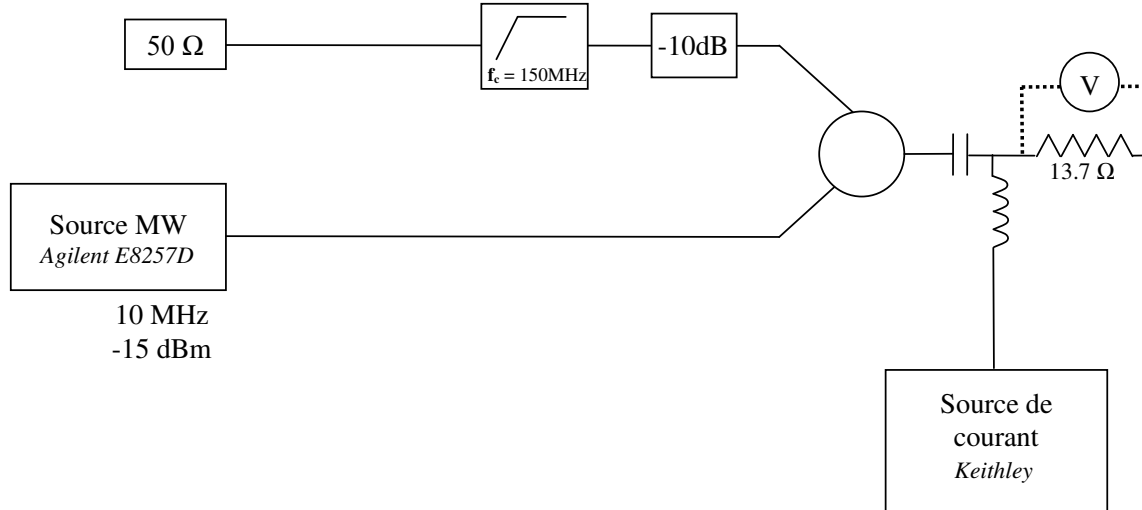
Expérimentalement, il n'est pas possible de mesurer avec une fréquence de modulation inférieure à 3 MHz. Cela vient des temps de balayage de l'analyseur de spectre : si la période de modulation est supérieure à ce temps d'intégration, alors le spectre n'est pas représentatif du signal. Dit autrement, le spectre que l'on mesure change au cours de la mesure ; il faudrait donc diminuer le temps d'intégration de l'analyseur de spectre, pour qu'il ait le temps de le mesurer avant qu'il ne change, ou l'augmenter considérablement, pour qu'il ait le temps de changer, car il change périodiquement, et que l'on puisse le considérer comme stationnaire. Je renvoie le lecteur à la section 2.3 du chapitre II pour un rappel sur le fonctionnement d'un analyseur de spectre.

De plus, même avec un meilleur appareillage, il y a une limite physique qui est que la fréquence de la modulation ne doit pas être inférieure à la largeur de raie : les satellites se retrouveraient noyés dans celle-ci.

Enfin, la limite haute de la fréquence de modulation vient de la décroissance de l'amplitude des satellites avec celle-ci. Pour une trop grande fréquence, ceux-ci sont perdus dans le bruit. De plus, comme nous allons le voir par la suite, cela n'apporterait pas plus d'information sur le système.

### 5.1.3 Estimation de la puissance du signal modulant

Il est vital de connaître la puissance effective de l'onde modulante qui traverse l'échantillon. En effet, comme nous allons le voir par la suite, nous allons extraire la sensibilité à la déviation de notre oscillateur et pour cela nous avons besoin de la valeur du courant de modulation :  $i_{ac}$ .



**Figure IV.8** – Schéma du banc expérimental utilisé pour évaluer l'atténuation de signal modulant.

Pour estimer l'atténuation subie par l'onde modulante, nous avons fait des mesures directes de la tension aux bornes d'une résistance simulant nos échantillons. Sur la figure IV.8, nous pouvons voir le schéma explicatif de cette mesure. L'échantillon est remplacé par une résistance ayant une impédance proche de celle des vrais échantillons, l'analyseur de spectre est remplacé par un "bouchon" de 50 Ω et un oscilloscope, ayant une impédance d'entrée de 1 MΩ, est branché en parallèle de la résistance. Grâce à notre source RF, on injecte une onde basse fréquence (10 MHz) d'une puissance de -15 dBm<sup>7</sup>.

Grâce à l'oscilloscope, on obtient une mesure en temps réel de la tension sinusoïdale appliquée sur l'échantillon. On peut extraire l'amplitude pic-à-pic  $v_{pp}$  qui est dans notre cas de 41,70 mV. La tension RMS s'obtient simplement avec :

$$v_s^{(rms)} = \frac{v_{pp}}{2\sqrt{2}} = 14,74 \text{ mV} \quad (\text{IV.21})$$

Nous pouvons calculer la tension délivrée par la source,  $v_g^{(rms)}$ , à partir de la puissance « nominale » indiquée par celle-ci. Lors de cette estimation, il ne faut pas oublier le fait que la source délivre quatre fois la puissance affichée (soit deux fois la tension attendue). Les concepteurs de générateurs RF prévoient ceci de façon à tenir compte du diviseur de tension constitué par le système « source + charge ». Ainsi la puissance « nominale » indiquée par la source correspond à celle appliquée à la charge si celle-ci est adaptée 50 Ω. Cela nous donne donc une puissance de :

$$P_g^{(\text{mW})} = 4 \times 10^{(-15/10)} = 0,1264 \text{ mW} \quad (\text{IV.22})$$

et une tension :

$$v_g^{(rms)} = \sqrt{P_S^{(\text{mW})} \times R_{50\Omega} \times 1000} = 79,52 \text{ mV} \quad (\text{IV.23})$$

Dans le montage de la figure IV.8, la charge est purement résistive, ce qui est une bonne approximation de l'impédance de notre échantillon puisque la partie imaginaire de

7. Ces valeurs ont été choisies car elles sont typiques des mesures de modulation décrites ici.

son impédance est très faible, comme nous avons pu le voir lors des mesures au VNA (cf. 3.2). Dans ces conditions, nous pouvons facilement calculer l'atténuation due aux différents composants du montage et à la désadaptation [89].

$$L = 20 \log \left( \frac{v_g}{v_s} \sqrt{\frac{R_s}{R_{50\Omega}}} \right) = 9,017 \text{ dB} \quad (\text{IV.24})$$

Pour vérifier que l'atténuation ne varie pas exagérément sur notre plage de travail, nous avons refait l'expérience à d'autres fréquences et puissances et trouvé une variation maximum de 0,3 dB autour de cette valeur. Dans la suite de ce chapitre, une atténuation sur l'onde de modulation de 9 dB sera systématiquement prise en compte pour tous les résultats<sup>8</sup>.

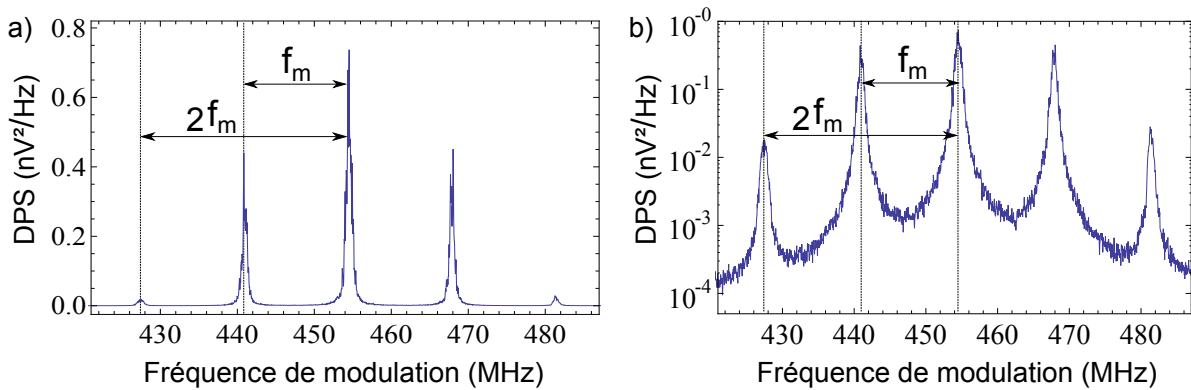
Le courant traversant la jonction peut être obtenu grâce à une formule usuelle [89] ; exprimé en milliampère, on obtient :

$$i_{ac} = \sqrt{2 \times \frac{10^{P_s^{dBm}/10} \times 1000}{R_s}} \quad (\text{IV.25})$$

Le facteur  $\sqrt{2}$  permet d'obtenir une valeur « zéro-à-pic » et non RMS et  $P_s^{dBm}$  est la puissance réelle, tenant compte de l'atténuation, appliquée à l'échantillon.

Par ailleurs, pour les mesures effectuées à l'analyseur de spectre, il faut prendre en compte l'atténuation pour une onde ayant une fréquence proche de  $f_0$ . Ici, il faut prendre en compte l'amplificateur (si présent), l'atténuateur, le diviseur de puissance et la désadaptation d'impédance. Comme pour le chapitre précédent, tous les spectres, cartes couleur et extractions d'amplitude sont corrigés de ces atténuations ou gains.

## 5.2 Spectres et cartes couleur



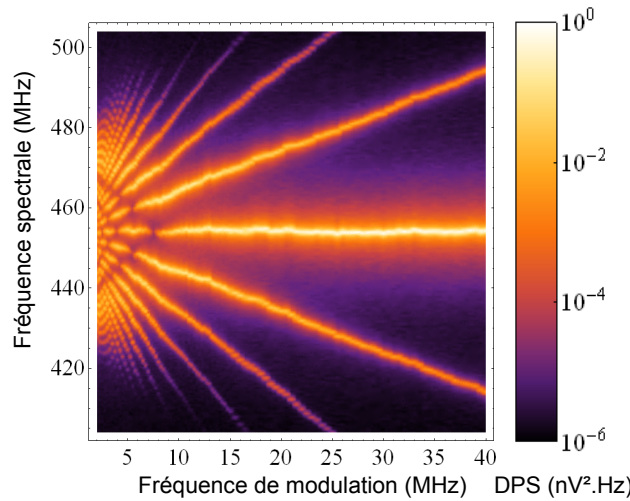
**Figure IV.9** – Spectre de modulation, pour une onde modulante de fréquence  $f_m = 13,5 \text{ MHz}$  et de puissance  $P_m = -18 \text{ dBm}$  (ce qui correspond à  $i_{ac} = 1,52 \text{ mA}$ ), représenté en échelle linéaire (a) et en échelle logarithmique (b) . L'échelle logarithmique permet de mieux distinguer les satellites. Le plancher en arc de cercle vient du recouvrement de la base des pics que l'on ne peut pas distinguer en échelle linéaire.

8. sans oublier que la puissance réellement envoyée est 6 dBm de plus que ce que le générateur RF affiche.



La figure IV.9 montre un spectre de modulation typique. Il y a 5 pics : la porteuse au centre, à la fréquence  $f_c$  proche de la fréquence naturelle, entourée de deux satellites de chaque côté. Les satellites ont une fréquence  $f_l = f_c \pm l f_m$ ,  $l$  étant un nombre entier. Donc, par rapport à la porteuse, les satellites d'ordre  $l$  sont espacés d'une distance égale à  $l$  fois la fréquence de modulation.

Lorsque l'on augmente la fréquence de modulation, le spectre mesuré évolue : les satellites s'éloignent de la porteuse et l'amplitude des pics varie, la puissance totale étant différemment distribuée entre chaque pic. Pour visualiser ces variations, j'ai construit des cartes couleur comme le montre la figure IV.10.



**Figure IV.10** – Carte couleur d'une expérience de modulation. L'expérience est faite avec un courant de modulation de 1,52 mA (-18 dBm).

et de chaque côté les satellites qui s'éloignent avec l'augmentation de la fréquence de modulation. Les satellites d'ordre  $l$  suivent des lignes qui s'éloignent de la porteuse avec une pente proportionnelle à  $\pm l$ . On remarque que la fréquence de la porteuse (et donc aussi des satellites) varie un peu au cours de la mesure. Cela vient du *jitter* que l'on a déjà observé lors des mesures de synchronisation.

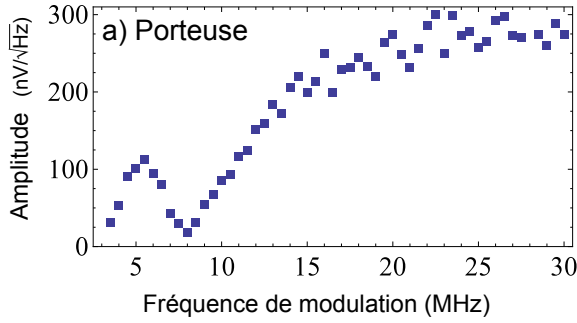
On peut remarquer que pour certaines fréquences de modulation, la porteuse ou un ordre de satellite s'éteint. On reviendra sur ces extinctions, car elles vont nous permettre d'extraire des informations sur la dynamique notre système.

Ici, je ne montre que des spectres autour de la fréquence fondamentale de l'oscillateur. On peut observer des spectres similaires autour des harmoniques. Néanmoins, ici, nous nous concentrerons sur la gamme de fréquences autour du pic fondamental, car le signal y est plus beaucoup puissant et les mesures sont donc plus précises.

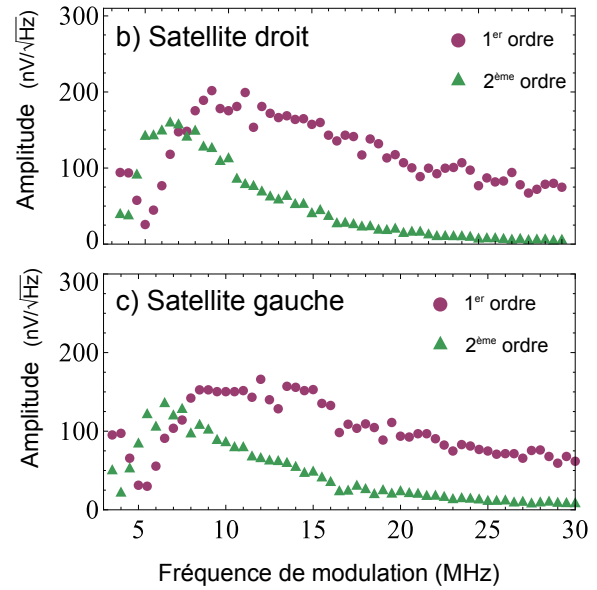
### 5.3 Relevé des amplitudes

Pour analyser mes résultats, j'ai relevé l'amplitude de chaque pic, la porteuse et les deux premiers ordres de satellites, en fonction de la fréquence de modulation. Cela correspond à faire des coupes dans les cartes couleur obtenues, selon les lignes de pente  $\pm l$  décrites précédemment.





**Figure IV.11** – Extraction de l'amplitude de la porteuse et des deux premiers ordres de satellite. Expérience faite avec un courant de modulation de  $i_{ac} = 2,17$  mA (soit -14,9 dBm).



Sur la courbe obtenue pour la porteuse (que l'on peut voir sur le graphe IV.11.a,) on remarque deux choses importantes :

- Il y a deux zéros (un à 3 MHz et l'autre à 8 MHz), correspondant aux extinctions de la porteuse observées sur la carte couleur IV.10.
- Une saturation à  $300 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ <sup>9</sup>, pour les fréquences de modulation supérieures à 25 MHz. En fait, si l'on continue la mesure pour des fréquences encore plus grandes, l'amplitude moyenne de la porteuse n'évolue plus de façon visible et les satellites sont complètement noyés dans le bruit.

Le zéro le plus à droite, pour  $f_m = 8$  MHz, que l'on appellera *le dernier zéro*, est important. Il va nous servir à extraire les paramètres nécessaires pour *fit*ter ces courbes.



*Remarque : extraction de la puissance intégrée ?*

Ces relevés sont des extractions de l'amplitude maximum de chaque pic, et non de leur puissance intégrée. Avant d'adopter cette méthode, j'ai essayé de faire des fits avec des fonctions lorentziennes (de la forme  $k[1 + (\frac{x-x_0}{\sigma})^2]^{-1}$ ) pour modéliser les pics. Cela aurait pu permettre de calculer une puissance intégrée. Cependant, les résultats obtenus avec cette méthode n'étaient pas satisfaisants, car les pics ont une forme trop éloignée de la Lorentzienne. Les pics ayant des largeurs de raie constantes, cela n'a pas d'implication sur la validité des valeurs extraites.

Pour les satellites des deux premiers ordres (cf. IV.11.b et c) droits et gauches, là encore, il y a une extinction caractéristique, mais pour une fréquence de modulation différente de celle de la porteuse. Par contre, il n'y a pas de saturation, mais un maximum suivi d'une décroissance tendant vers zéro. On remarque que les satellites ne sont pas symétriques. En

<sup>9</sup>. Ici, je représente les courbes en  $\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  et non en  $\text{nV}^2/\text{Hz}$ , car toute la théorie est construite pour des amplitudes et non pour des puissances.

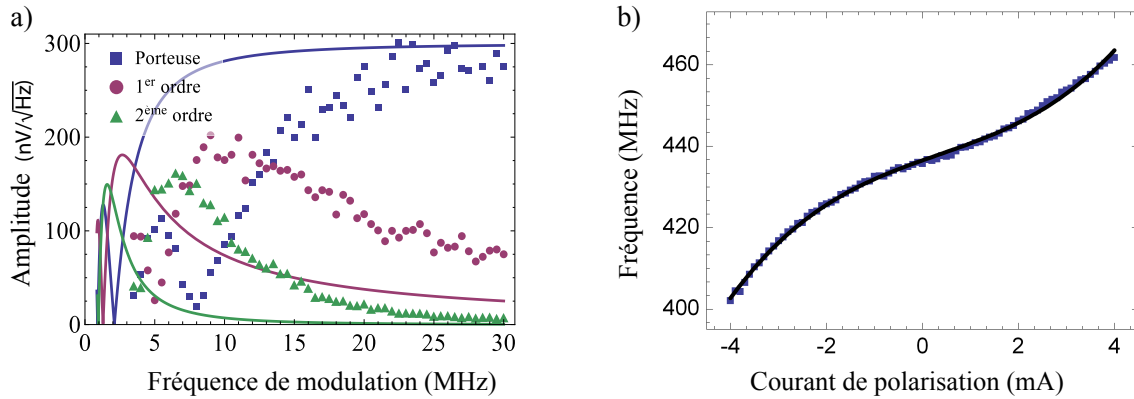
effet, les maximums des amplitudes à droite et à gauche sont différents. Là encore, on se servira de cette observation par la suite.

## 5.4 Lien entre théorie et expérimentation

Maintenant que j'ai présenté mes résultats expérimentaux, je vais tenter d'appliquer la théorie que l'on a vue précédemment. Reprenons la formule théorique IV.20 qui décrit l'amplitude normalisée d'un pic en fonction de  $f_m$ <sup>10</sup> :

$$\frac{V_l}{V_c} = \sum_{n,m,p} J_n \left( \frac{B_1}{\omega_m} \right) J_m \left( \frac{B_2}{\omega_m} \right) J_p \left( \frac{B_3}{\omega_m} \right) \delta_{m+2n+3p-l} \quad (\text{IV.20})$$

On peut tenter de tracer les courbes théoriques correspondantes aux résultats expérimentaux. Pour faire cela nous avons besoin des coefficients de la relation fréquence-courant. J'ai donc mesuré la dépendance de la fréquence naturelle du vortex en fonction du courant continu de polarisation (que l'on peut voir sur la figure IV.12.b), puis extrait les trois coefficients :  $a$ ,  $b$  et  $c$ .



**Figure IV.12** – a) Extraction de l'amplitude de la porteuse et du premier et deuxième ordre de satellite droite, identique à la figure IV.11. En superposition, les courbes théoriques calculées en prenant comme jeu de paramètres celui extrait de la mesure quasi-statique avec un courant de modulation de 2,17 mA (soit -14,9 dBm). b) Courbe de fréquence en fonction du courant de polarisation ramenée au point de fonctionnement (ici -20 mA) et le polynôme d'ordre 3 *fitant* cette courbe :  $a = 4,18 \text{ MHz/mA}$ ,  $b = -0,21 \text{ MHz/mA}^2$  et  $c = 0,21 \text{ MHz/mA}^3$ .

Lorsque l'on trace les courbes, que l'on peut voir sur la figure IV.12.a, on constate immédiatement *que cela ne pas fonctionne pas!* On retrouve globalement les bonnes tendances : pour la porteuse, il y a un zéro puis une saturation, pour les satellites, il y a, là aussi, un zéro puis un maximum. Cependant, ni les zéros ni les maximums ne sont aux bons endroits.

On en conclut que le jeu de paramètres de la relation fréquence-courant ( $a$ ,  $b$  et  $c$ ) mesurée en quasi-statique n'est plus valable en dynamique. Il faut donc trouver une méthode pour extraire ce jeu de paramètres des données issues des expériences de FM.

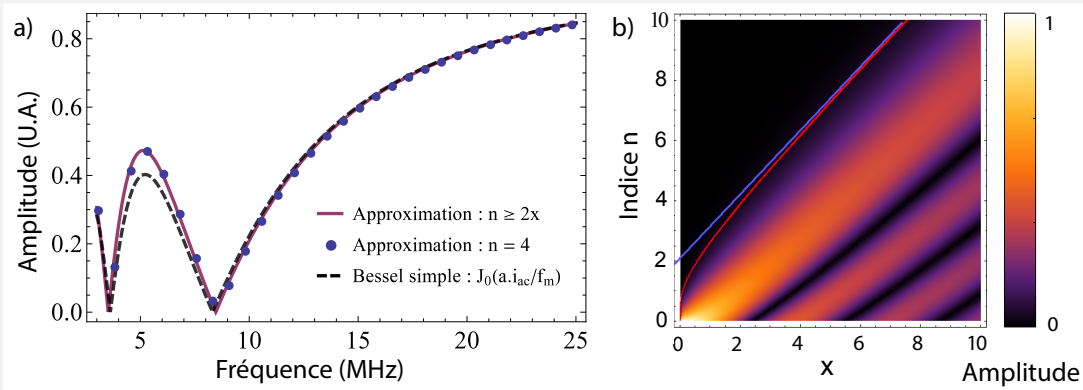
10. dans toute cette partie je considérerai indifféremment les notations en pulsation  $\omega_m$  et en fréquence  $f_m$ . Conceptuellement, les deux notations sont équivalentes, il suffit de re-normaliser  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$  par  $2\pi$  pour passer d'une à l'autre.

La méthode la plus simple et la plus naïve pour extraire ces paramètres serait de *filter* chaque courbe indépendamment. Cependant, tous les paramètres ont une influence sur la forme de la courbe, les résultats obtenus par cette méthode sont donc très dispersés et j'obtiens un jeu de paramètres différents pour chaque courbe. Il faut donc trouver une méthode qui permette d'extraire ces paramètres de l'ensemble des courbes.

Pour faire cela, j'ai recherché quelles approximations je pouvais faire (dans les limites de l'incertitude expérimentale) et comment la forme de la courbe varie avec les valeurs choisies pour le jeu de paramètres.



*Remarque : troncature acceptable.*



**Figure IV.13** – a) Comparatif entre l'approximation de la somme IV.20 pour la porteuse ( $l = 0$ ) dans le cas d'une troncature à  $n, m, p < 2x$  et  $n, m, p \leq 4$ . Les paramètres utilisés sont  $B_1 = 20$ ,  $B_2 = 1$  et  $B_3 = 1$ . De plus la courbe correspondant au cas d'une relation fréquence-courant purement linéaire,  $J_0(a.i_{ac}/f_m)$ , est tracée en pointillé. b) Carte couleur de l'amplitude absolue de  $J_n(x)$ , la ligne rouge correspond à la ligne de niveau :  $J_n(x) = 0,04$  pour le  $n$  le plus grand possible et la ligne bleue correspond à son asymptote  $n = 2 + x$ .

Dans le paragraphe 3 nous avons vu la formule IV.20 qui nous donne l'amplitude d'un pic (porteuse ou satellite) en fonction du jeu de paramètres de la relation fréquence-courant, de l'amplitude du signal modulant et de sa fréquence. Le problème est que cette formule est une somme infinie. Il faut donc la tronquer pour obtenir une valeur numérique. La question est à partir de quels indices  $n, m, p$  peut-on le faire sans risque ?

Pour y répondre, on peut étudier numériquement l'évolution des fonctions de Bessel, prises individuellement, avec l'indice  $n$ . La carte couleur 5.4.b montre cette évolution. On constate que pour  $n > 2x$  (représenté par la ligne bleue) elles deviennent négligeables. Cela nous donne une première limite, car si les fonctions de Bessel sont négligeables leur produit le sera d'autant plus. Cependant, cette approximation laisse encore beaucoup de termes. Donc, est-il possible de restreindre encore plus la condition de troncature ?

Nous pouvons aussi étudier la somme en tant que telle (et non juste  $J_n(x)$ ). On peut tracer la courbe avec la condition précédente et la comparer avec celle d'une approximation plus sévère. On arrive à la conclusion que tronquer avec la condition

$n, m, p = 4$  donne suffisamment de précision, comme la figure 5.4.a le montre. En effet, on constate sur celle-ci que les deux courbes sont presque identiques : la différence se confond dans l'épaisseur du trait.

Dans la pratique,  $n, m, p \leq 4$  est donc une approximation suffisante. Pour la suite de cette étude, je vais donc me limiter à celle-ci.

Enfin, on remarque aussi qu'avec des valeurs réalistes pour  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$  la courbe exacte n'est qu'une légère correction par rapport au cas linéaire :  $J_0(ai_{ac}/f_m)$ . Nous reviendrons sur ce point très rapidement...

### Extraction de $a$ et $c$ grâce aux zéros des courbes expérimentales

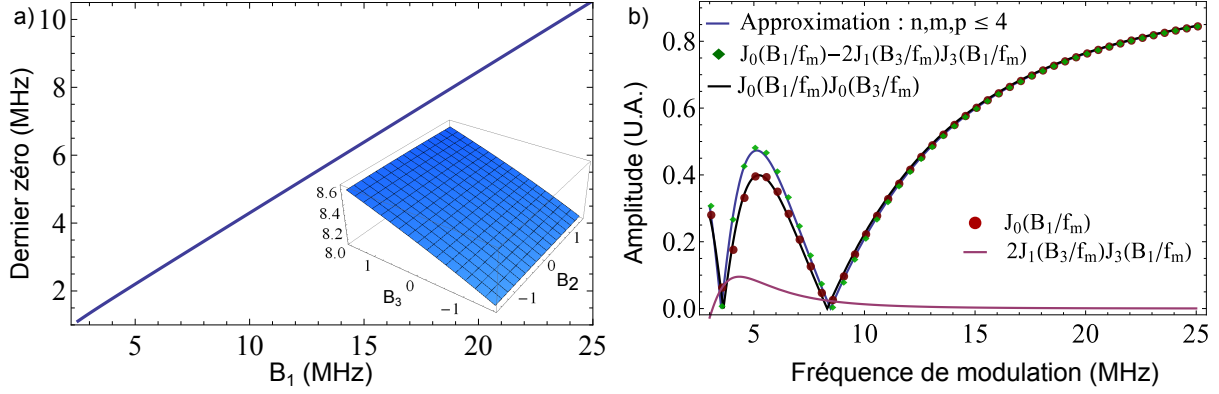
La dépendance de la fréquence de l'oscillateur avec le courant est presque linéaire sur la gamme de courant utilisé pour la modulation (cf. figure IV.12.b). On peut donc faire l'hypothèse de considérer les oscillateurs à vortex comme faiblement non linéaires. Autrement dit la variation de la fréquence avec le courant est proche d'une droite. Cela revient à imposer  $b$  et  $c$  relativement petits devant  $a$ . Si l'on transpose cette condition aux coefficients de la formule IV.20 cela devient :  $B_2$  et  $B_3$  relativement petits devant  $B_1$ . Nous supposons que  $B_2$  et  $B_3$  ne dépassent pas 10% de  $B_1$  en valeur absolue (cette hypothèse sera vérifiée *a posteriori*). Pour mettre des valeurs numériques sur cette condition, on peut prendre le cas le plus défavorable :  $B_1 \approx 20$  MHz. Expérimentalement il correspond à  $a = 15$  MHz/mA (ce qui est l'ordre de grandeur typique pour  $a$ ) avec un fort courant  $i_{ac} = 1,4$  mA. Or, plus le courant est fort, plus les non linéarités sont visibles. Dans ce cas on obtient  $-2 \leq (B_2 \text{ et } B_3) \leq 2$ .

Dans ces conditions, la formule IV.20 n'est qu'une faible correction du cas linéaire ( $b = c = 0$ ) modélisée par une seule fonction de Bessel  $J_0(ai_{ac}/f_m)$ . Cette correction n'affecte pas la position du dernier zéro<sup>11</sup>. C'est-à-dire que le dernier zéro de notre formule de somme de produits de fonctions de Bessel coïncide, avec une très faible erreur, avec celui d'une fonction de Bessel seule. Étudions un peu plus en profondeur les propriétés de ce dernier zéro.

Par exemple, on peut extraire numériquement la position du dernier zéro de la fonction modélisant la porteuse (somme tronquée à  $n, m, p \leq 4$ ) en fonction de  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$ . Sur la figure IV.14.a on constate que cette position reste quasiment inchangée avec les valeurs de  $B_2$  et  $B_3$  : en fonction de  $B_2$ , elle varie de moins de 0,002 MHz et en fonction  $B_3$  d'environ 0,3 MHz dans les conditions imposées par les hypothèses. Cela reste en dessous de la précision expérimentale qui est de 0,5 MHz (cf. paragraphe 5.1). *A contrario*, elle varie de façon significative avec  $B_1$ .

Pour mieux comprendre, on peut disséquer les termes qui composent la formule donnant l'amplitude de la porteuse en fonction de  $f_m$  et chercher ce qui la différencie du cas linéaire  $J(ai_{ac}/f_m)$ . La formule brute normalisée est :

11. Pour rappel le *dernier zéro* est le point correspondant à l'extinction d'un pic, porteuse ou satellite ayant la fréquence de modulation la plus grande. En d'autres termes, c'est le point *le plus à droite* où la courbe amplitude vs.  $f_m$  s'annule.



**Figure IV.14** – a) Calcul numérique de la position du dernier zéro en fonction de  $B_1$  (avec  $B_2$  et  $B_3$  fixé à 1); (En insert) idem mais en fonction de  $B_2$  ou de  $B_3$  avec  $B_1 = 20$  MHz. b) Evolution de l'amplitude de la porteuse en fonction de la fréquence de modulation et des différents termes, en valeurs absolue, qui la composent; pour  $B_1 = 20$  MHz,  $B_2 = 1$  MHz,  $B_3 = 1$  MHz.

$$\begin{aligned}
 \frac{V_{l=0}}{V_c} = & J_0\left(\frac{B_1}{f_m}\right) J_0\left(\frac{B_2}{f_m}\right) J_0\left(\frac{B_3}{f_m}\right) + 2J_4\left(\frac{B_1}{f_m}\right) J_2\left(\frac{B_2}{f_m}\right) J_0\left(\frac{B_3}{f_m}\right) \\
 & + 2J_1\left(\frac{B_1}{f_m}\right) J_2\left(\frac{B_2}{f_m}\right) J_1\left(\frac{B_3}{f_m}\right) + 2J_2\left(\frac{B_1}{f_m}\right) J_2\left(\frac{B_2}{f_m}\right) J_2\left(\frac{B_3}{f_m}\right) \\
 & - 2J_3\left(\frac{B_1}{f_m}\right) J_0\left(\frac{B_2}{f_m}\right) J_1\left(\frac{B_3}{f_m}\right) + 2J_2\left(\frac{B_1}{f_m}\right) J_4\left(\frac{B_2}{f_m}\right) J_2\left(\frac{B_3}{f_m}\right) \\
 & - 2J_1\left(\frac{B_1}{f_m}\right) J_4\left(\frac{B_2}{f_m}\right) J_3\left(\frac{B_3}{f_m}\right) + 2J_4\left(\frac{B_1}{f_m}\right) J_4\left(\frac{B_2}{f_m}\right) J_4\left(\frac{B_3}{f_m}\right)
 \end{aligned} \quad (\text{IV.26})$$

Evidemment, cette formule est difficile à utiliser pour faire une étude analytique, il serait préférable de trouver une simplification. Pour cela je vais utiliser notre hypothèse de départ :  $B_2$  est inférieur à 10% de  $B_1$ ; ce qui fait qu'avec des valeurs réalistes, au maximum  $B_2 \approx 2$ . Dans ces conditions, on vérifie numériquement que  $J_0(B_2/f_m) \approx 1$  sur toute la gamme de fréquence de modulation et que  $J_n(B_2/f_m) \approx 0$  pour  $n \geq 2$ . Cela vient du fait que le plus grand argument de la plus grande valeur se trouvant dans la fonction de Bessel est  $x = 2/3$  (puisque l'on ne mesure qu'à partir de 3 MHz) et qu'avec l'augmentation de  $f_m$ ,  $x$  devient petit devant 1. Or on sait que  $J_0(0) = 1$  et que  $J_n(x) \approx 0$  si  $n \gg 2x$ .

On peut faire exactement le même raisonnement avec les termes en  $B_3$ , car ils ont les mêmes propriétés que ceux en  $B_2$ . Il nous reste donc plus que deux termes :

$$\frac{V_{l=0}}{V_c} \approx J_0\left(\frac{B_1}{f_m}\right) - 2J_3\left(\frac{B_1}{f_m}\right) J_1\left(\frac{B_3}{f_m}\right) \quad (\text{IV.27})$$

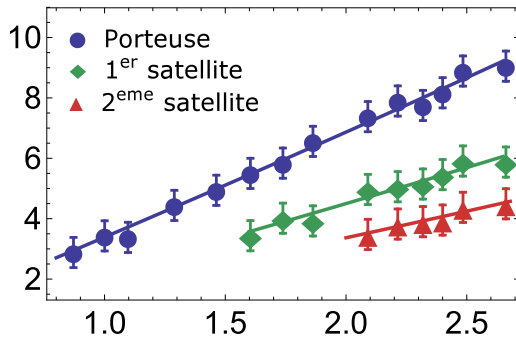
Sur la figure IV.14.b, on peut voir tracé un exemple de la formule prise dans son ensemble (avec l'approximation  $n, m, p \leq 4$ ) ainsi que celle issue de la formule IV.27. On voit facilement que la différence entre les deux se confond dans l'épaisseur de la ligne.

J'ai aussi tracé une courbe pour les deux termes de IV.27 pris individuellement. Le deuxième terme,  $2J_3(B_1/f_m)J_1(B_3/f_m)$  change la forme du lobe (entre 3 et 8 MHz) mais ne modifie que faiblement la position du zéro (de 0,1 MHz dans cet exemple).

Il est donc raisonnable d'en conclure que la position du dernier zéro n'est fonction que de  $J_0(B_1/f_m) = J_0((ai_{ac} + 3/4ci_{ac}^3)/f_m)$ . Ce qui nous donne, si on note  $x_0^*$  le premier zéro de la fonction  $J_0(x)$ <sup>12</sup> et  $\omega_m^*$  la position du dernier zéro pour une amplitude de modulation donnée :

$$ai_{ac} + \frac{3ci_{ac}^3}{4} = x_0^* f_m^* \quad (\text{IV.28})$$

*Et voilà !* Grâce à ces simplifications, nous avons une relation qui lie la position du dernier zéro à l'amplitude de l'onde de modulation  $i_{ac}$  en fonction de  $f_m$  sans dépasser l'incertitude expérimentale. En la traçant (cf. figure IV.15) pour plusieurs amplitudes, avec un simple *fit* polynomial on extrait  $a$  et  $c$ .



**Figure IV.15** – Extraction de la position des derniers zéros pour la porteuse et les deux premiers ordres de satellite. Avec la porteuse on obtient  $a = 8,26 \text{ MHz/mA}$  et  $c = 0,0515 \text{ MHz/mA}^3$ , avec les satellites de 1<sup>er</sup> ordre  $a = 8,60 \text{ MHz/mA}$  et  $c = 0,0646 \text{ MHz/mA}^3$  et avec ceux de 2<sup>ème</sup> ordre  $a = 8,66 \text{ MHz/mA}$  et  $c = 0,0512 \text{ MHz/mA}^3$ .

On peut faire la même étude pour les satellites de premier ou de deuxième ordre, Pour cela il faut considérer les zéros de la 1<sup>er</sup> ou 2<sup>ème</sup> fonction de Bessel. On généralise la relation précédente et on obtient :

$$ai_{ac} + \frac{3ci_{ac}^3}{4} = x_l^* f_{m,l}^* \quad (\text{IV.29})$$

en gardant les notations précédentes :  $x_l^*$  premier zéro de  $J_l(x)$  et  $f_{m,l}^*$  la position du dernier zéro pour une amplitude de modulation donnée. Comme la position des derniers zéros des satellites droite et gauche d'un même ordre est légèrement décalée en sens opposé à cause de la non linéarité de la relation fréquence-courant (on peut voir ça sur la figure IV.16), On a pris leur moyenne pour tracer la courbe de la figure IV.15.

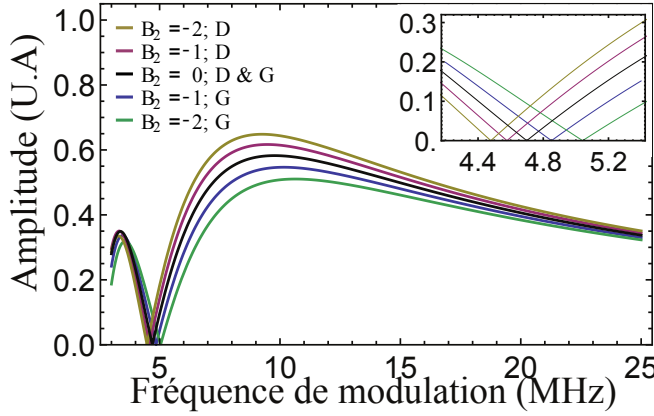
Les résultats obtenus avec les zéros des satellites sont moins fiables, car il y a moins de points du fait que les mesures sont limitées par des contraintes expérimentales<sup>13</sup>.

### Extraction de $b$

Maintenant que l'on sait extraire  $a$  et  $c$  à partir de la position des extinctions, il faut chercher une autre méthode pour extraire le coefficient restant :  $b$ .

12. Pour ne pas se perdre entre les premiers et derniers zéros : on cherche le dernier zéro de  $J_0(B_1/f_m)$  en fonction de  $f_m$  ce qui équivaut à chercher le premier zéro de  $J_0(x)$ .

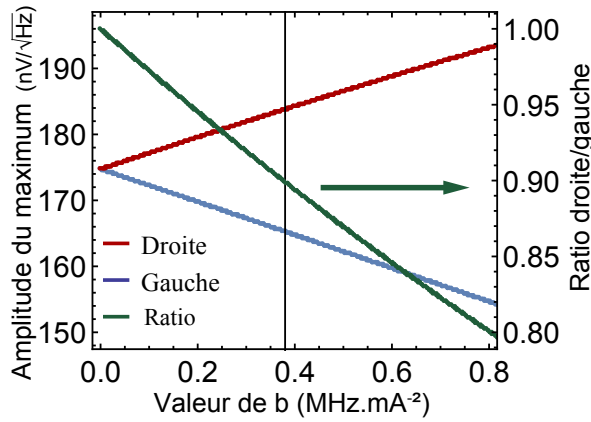
13. pour rappel : on ne peut pas mesurer en dessous de 3 MHz cf. paragraphe 5.1.



**Figure IV.16** – Courbes permettant de constater l'évolution de la valeur du maximum de l'amplitude pour le premier satellite droit (**D**) et gauche (**G**) en fonction de  $B_2$ . Les valeurs de  $B_1$  et  $B_3$  sont calculées à partir des résultats trouvés sur la figure IV.15 et  $i_{ac} = 2,17$  mA (soit -14,9 dBm). La courbe pour  $B_2 = 0$  est la même pour les satellites droit et gauche. En insert : zoom sur la position du dernier zéro. Pour des valeurs positives de  $B_2$ , les courbes sont identiques mais inversées droite et gauche.

Nous avons remarqué que  $B_2$  (et donc  $b$  car  $B_2 = bi_{ac}^2/4$ ) influe sur l'asymétrie entre les satellites droit et gauche. La figure IV.16 en montre un exemple. On a trouvé que :

- Si  $B_2 = 0$ , les satellites d'un même ordre sont identiques.
- Si  $B_2 < 0$ , l'amplitude maximum du satellite de 1<sup>er</sup> ordre droit est plus grande que celle du satellite gauche, comme montré sur la figure IV.16. Pour les satellites de 2<sup>ème</sup> ordre c'est le satellite gauche qui est plus grand.
- Si  $B_2 > 0$ , c'est l'inverse.



**Figure IV.17** – Extraction de  $b$  à partir du calcul numérique des amplitudes maximales du premier satellite droit (rouge) et gauche (bleu). En vert le ratio droite/gauche. Calcul effectué pour  $i_{ac} = 2,17$  mA (soit -14,9 dBm). La ligne verticale correspond à la valeur expérimentale. On obtient  $b = -0,38$  MHz/mA<sup>2</sup>.

Les données expérimentales (cf. figure IV.11) montrent clairement que le maximum pour le satellite droit de 1<sup>er</sup> ordre est plus grand que pour le gauche. On sait donc que  $B_2$  (et donc  $b$ ) est négatif.

Cependant cela ne suffit pas, on cherche une valeur numérique. Grâce à l'ordinateur, on peut tracer le maximum de l'amplitude du premier satellite droit et gauche en fonction de  $B_2$  (avec  $B_1$  et  $B_3$  calculés à partir de  $a$  et  $c$  déjà extraits) pour un courant de modulation donné (cf. figure IV.17). Cela donne une courbe bijective, on extrait donc la bonne valeur de  $B_2$  directement. Une autre solution est de tracer le ratio entre le 1<sup>er</sup> satellite droit et le 1<sup>er</sup> satellite gauche et de faire de même. Pour plus de précision, on peut réutiliser la méthode pour différents courants  $i_{ac}$ , et faire la moyenne des résultats obtenus.



### Confirmation de la méthode d'extraction.

Le jeu de paramètres obtenu nous permet de tracer de nouveau les courbes théoriques sur les données expérimentales.

Sur figure IV.18, on constate que les deux coïncident. Pour valider la méthode, j'ai comparé la théorie et l'expérience sur 70 courbes obtenues à partir d'un même échantillon (5 courbes : porteuse et 2 ordres de satellite, pour 14 puissances différentes). On peut voir un échantillon des résultats sur la figure IV.20 (déplacé page 122 pour des raisons de lisibilité). Dans tous les cas, la théorie modélise fidèlement les données expérimentales.

Cela renforce la validité de notre méthode d'extraction ; 4 paramètres ( $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $V_c$ <sup>14</sup>) suffisent pour décrire l'ensemble des données.

On peut vérifier *a posteriori* notre hypothèse de départ qui était que  $B_2$  et  $B_3$  valent moins de 10% de  $B_1$  en valeur absolue. Après calculs, dans le pire des cas pour  $i_{ac} = 2,6$  mA, on trouve  $B_1 = 22,14$  MHz,  $B_2 = -0,64$  MHz ( $\approx 3\%$  de  $B_1$ ) et  $B_3 = 0,073$  MHz ( $\approx 0.3\%$  de  $B_1$ ), ce qui est largement dans les limites que nous nous sommes imposées.

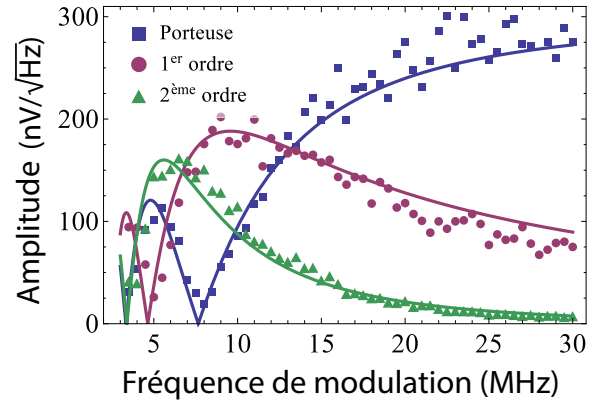
Enfin, on peut se demander pourquoi il n'est pas nécessaire d'introduire de la modulation d'amplitude pour expliquer nos résultats. En effet, lors de la lente variation du courant dc, la fréquence naturelle du pic fondamental varie, mais aussi son amplitude. Cependant, comme nous l'avons vu avec la courbe II.15 chapitre II (page 46), cette variation est très faible. De plus, il y a une forte dispersion des mesures d'amplitude pour un courant donné. Or nos mesures sont des moyennes sur 20 à 50 spectres, ce qui lisse d'autant plus l'effet de la modulation d'amplitude.

## 5.5 Notion de temps caractéristique

Maintenant que nous avons trouvé comment extraire les coefficients de la relation fréquence-courant dynamique (c.-à-d. à partir des données des expériences de modulation), on peut se demander : pourquoi sont-ils différents de ceux mesurés en quasi-statique ?

Par exemple, pour cet échantillon, si l'on compare le  $a$  statique et le  $a$  dynamique on trouve un facteur d'environ 2. Bien que ce facteur varie d'un échantillon à l'autre, on retrouve systématiquement une différence. Pour répondre à cette question, il faut revenir sur les temps caractéristiques mis en jeu durant ces différentes mesures.

Lors de la mesure en quasi-statique, on change le courant de polarisation, on attend que le système soit à l'équilibre puis enfin on effectue la mesure spectrale. On ne mesure donc



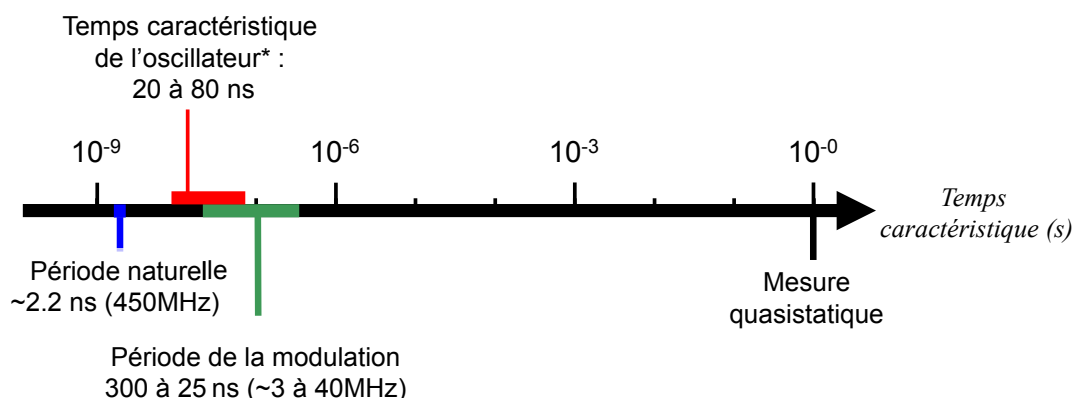
**Figure IV.18** – Extraction de l'amplitude des pics, identique à la figure IV.11. En superposition, les courbes théoriques calculées en prenant comme jeu de paramètres celui extrait grâce à la méthode décrite ci-avant.

<sup>14</sup>. Pour rappel  $V_c$  est l'amplitude du pic fondamental sans modulation. Dans notre exemple, elle est égale à  $300\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ .



que des états d'équilibre permanent <sup>15</sup>. Cette mesure donne ce que l'on appelle l'accordabilité de l'oscillateur (*tunability* en anglais) qui est définie comme l'évolution de la fréquence naturelle de l'oscillateur en fonction du point de fonctionnement (qui est ici imposé par le courant de polarisation continu)

Lors de l'expérience de modulation, le courant de polarisation est modifié continûment avec une période du même ordre de grandeur que le temps de retour à l'équilibre. Une période de modulation (de 30 ns à 300 ns) correspond au temps nécessaire au vortex pour effectuer de 15 à 150 tours. L'oscillateur est donc perpétuellement dans un régime transitoire et non dans un état stationnaire.



**Figure IV.19** – Représentation des temps caractéristiques sur une échelle logarithmique. (\*) correspond aux publications [88], [90] et [91]

Il a été montré expérimentalement [88] et numériquement [90, 91] qu'un vortex ne peut pas sauter instantanément d'une fréquence à une autre. Dit autrement, l'agilité n'est pas infinie. Le temps typique de retour à l'équilibre dynamique est de l'ordre de 20 à 80 ns. Ce que l'on mesure n'est donc plus l'accordabilité mais la sensibilité à la déviation (*deviation sensitivity* en anglais) qui représente l'écart maximum que fait la fréquence naturelle de l'oscillateur lorsqu'on lui impose un changement périodique de son point de fonctionnement.

Les deux mesures, en quasi-statique et en dynamique, sont donc de nature profondément différentes. Il est donc raisonnable que la sensibilité à la déviation soit significativement différente de l'accordabilité.

## 6 Discussion et Conclusion

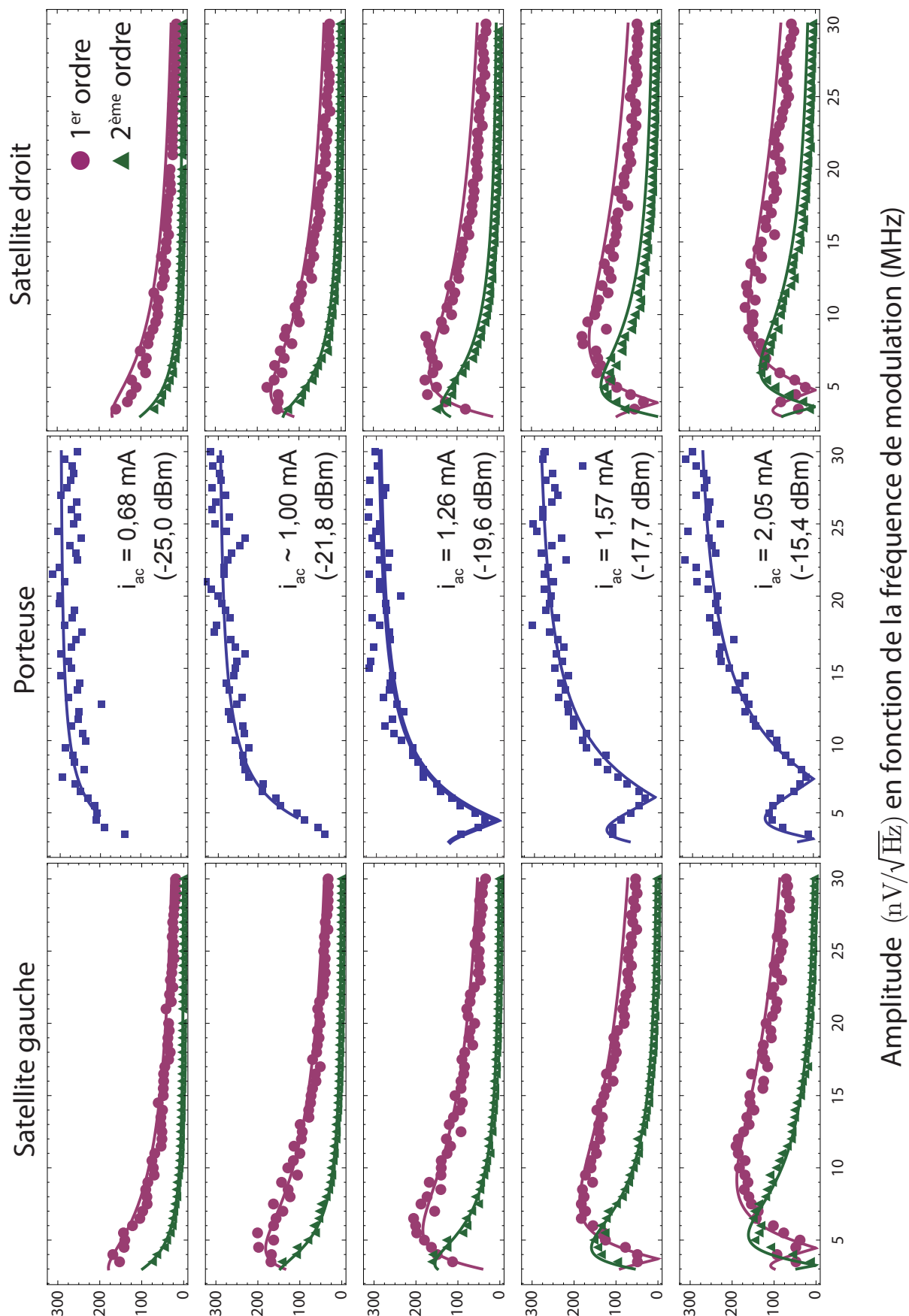
Jusqu'à présent, la communauté spintronique n'a pas encore fait la distinction entre accordabilité et sensibilité. Cela s'explique car toutes les expériences de modulation effectuées sur les oscillateurs macrospin étaient réalisées avec une fréquence faible par rapport à la fréquence naturelle. Le temps de retour à l'équilibre dynamique est donc toujours inférieur à la période de modulation. Dans ce cas particulier, les auteurs peuvent expliquer leurs résultats en utilisant l'accordabilité sans avoir à introduire la sensibilité à la déviation.

<sup>15</sup>. Ici, la notion d'équilibre ne signifie pas que l'oscillateur est au repos, mais qu'il a atteint son cycle limite.

Par contre, dans la communauté des oscillateurs électroniques, le concept de sensibilité à la déviation est couramment utilisé depuis longtemps, que ce soit dans des articles ([92, 93]), dans des brevets ([94, 95] et bien d'autre) ou même maintenant dans des livres sur les télécommunications ([96, 97] par exemple).

Iacocca *et al.* [86] évoquent le fait que l'effet de la modulation peut théoriquement être fonction de la fréquence de modulation (cf. paragraphe 4 ci-avant) dans les oscillateurs macrospin. De plus dans leur article, les auteurs prédisent que la sensibilité à la déviation s'effondrera pour des fréquences de modulation trop grandes par rapport au temps de retour à l'équilibre. Plus tard, M. Quinsat [98] a montré expérimentalement ce phénomène durant sa thèse.

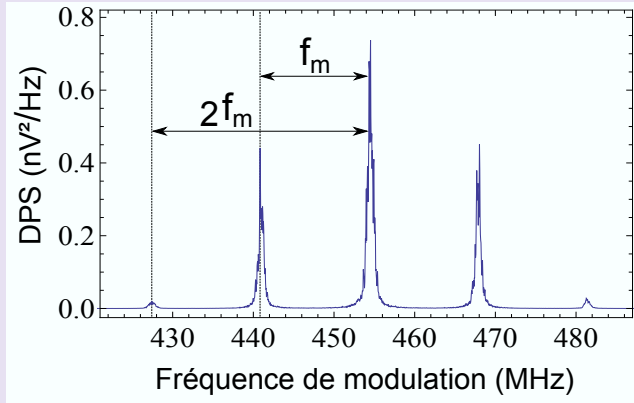
Dans notre cas, c'est l'inverse, elle est plus élevée pour les grandes fréquences de modulation ce qui semble contre-intuitif. En effet, on se dit que lorsque l'on excite périodiquement un objet (comme une masse au bout d'un ressort) à partir d'une certaine fréquence il ne répond plus. Dans notre cas, il ne faut pas oublier que l'analogie n'est pas si simple, car nous ne sommes pas dans un régime adiabatique. De plus le vortex n'est pas un objet solide, mais une configuration micromagnétique qui peut se *déformer* ou se coupler avec des ondes de spin. Mon étude s'arrêtant là, je dois laisser à d'autres l'honneur de trouver d'où vient ce comportement qui, même s'il est observé expérimentalement sans la moindre équivoque, me paraît encore étrange...



**Figure IV.20** – Extrait des données issues des expériences de modulation pour plusieurs puissances d'onde modulante. En superposition, les courbes théoriques obtenues avec le jeu de paramètres extraits avec la méthode décrite ci-avant :  $a = 15,64 \text{ MHz}/\text{mA}$ ,  $b = -1,96 \text{ MHz}/\text{mA}^2$ ,  $c = 0,35 \text{ MHz}/\text{mA}^3$  et  $V_c = 300 \text{ nV}^2/\text{Hz}$



## Résumé pour relecture rapide...



**Figure IV.21** – Spectre de modulation. Mesure effectuée avec une fréquence de modulation  $f_m = 13,5 \text{ MHz}$  et de puissance  $i_{ac} = 1,52 \text{ mA}$  (soit  $-18 \text{ dBm}$ ). On peut voir la porteuse au centre entourée de deux ordres de satellite.

Les oscillateurs à vortex sont particulièrement adaptés à ce genre de modulation, car leur fréquence varie en fonction du courant de polarisation. Donc si, en plus du courant continu de polarisation, on ajoute une onde sinusoïdale de basse fréquence (qui simule un signal d'information « simple ») on obtient de la FM. L'expérience décrite dans ce chapitre consiste à mesurer le spectre du signal obtenu à différentes fréquences de modulation et à relever l'amplitude de chaque pic en fonction de celle-ci.

J'ai défini quelques points de vocabulaire qui sont importants pour comprendre la suite :

- Le signal modulant est le signal qui porte l'information que l'on veut transmettre. Par simplicité on va le considérer de la forme :  $m(t) = i_{ac} \cos(\omega_m t)$ .
- La porteuse est le signal qui va être modulé et qui va « porter » l'information. Avant modulation il est de la forme :  $s(t) = V_c \cos(\omega_0 t)$ . Ici, la porteuse va être générée par l'oscillateur à vortex.
- La relation courant-fréquence est la relation qui lie la fréquence de l'oscillateur au courant de polarisation. Dans notre cas la relation courant-fréquence n'est pas linéaire, mais peut être modélisée par un polynôme d'ordre 3 de la forme :  $f(I_{dc} + i) = f_0 + ai + bi^2 + ci^3$ . On va voir que cette relation est fonction de la vitesse à laquelle on fait varier le courant de polarisation.

Mathématiquement, si on fait varier la fréquence instantanée de l'oscillateur avec le courant de modulation on obtient une onde ayant une fréquence de la forme :

$$f(I_{dc} + i_{ac} \cos(\omega t)) = \omega_c + B_1 \cos(\omega t) + 2B_2 \cos(2\omega t) + 3B_3 \cos(3\omega t)$$

où  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$  sont fonctions des paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et de l'amplitude de la modulation  $i_{ac}$ . On peut démontrer que la transformée de Fourier de la porteuse,  $\cos[2\pi \cdot f(I_{dc} + i_{ac} \cos(\omega t))]$ , est :

$$s(t) = V_c e^{i\omega_c t} \sum_{n,m,p} J_n\left(\frac{B_1}{\omega_m}\right) J_m\left(\frac{B_2}{\omega_m}\right) J_p\left(\frac{B_3}{\omega_m}\right) e^{i(n+2m+3p)\omega_m t}$$

Dans ce chapitre j'ai expliqué que la modulation permet de transposer le spectre d'un signal d'information dans un domaine de fréquence qui est plus adapté au support de transmission et d'assurer après démodulation la restitution correcte du signal originel.

Puis, j'ai décrit plus spécifiquement la modulation de fréquence (FM). Ce cas particulier de modulation consiste à faire varier la fréquence d'une onde (la porteuse) en fonction du signal d'information.

où  $J_{n,m,p}$  sont des fonctions de Bessel. Ensuite, j'ai appliqué cette formule avec le jeu de paramètres de la relation courant-fréquence mesurée en quasi-statique. Cependant, cela ne fonctionne pas. Ces paramètres ne sont donc plus valides en dynamique. Il a donc fallu trouver une méthode pour les extraire des données expérimentales de modulation. Pour faire cela, j'ai cherché quelle approximation acceptable je pouvais faire. Je me suis servi du fait que les oscillateurs à vortex sont faiblement non-linéaires, c.-à-d. que  $b$  et  $c$  sont relativement petit devant  $a$ .

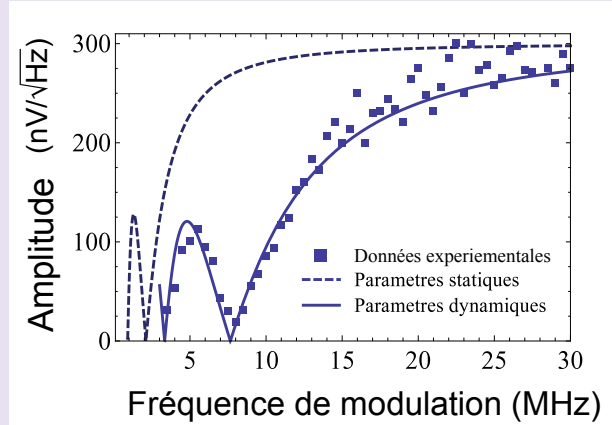
Dans ce cas, il est possible d'extraire  $a$  et  $c$  en se servant du fait qu'ils définissent la position de la dernière extinction de la porteuse. En relevant cette position pour différents courants, on peut remonter aux paramètres  $a$  et  $c$ .

Ayant fait cela, il ne reste plus qu'à extraire  $b$ . Pour cela j'ai montré qu'il pilote l'asymétrie entre l'amplitude maximum des satellites gauche et droit. J'ai donc calculé numériquement ces amplitudes en fonction de  $b$  et j'ai extrait  $b$  de la courbe obtenue. Avec ce jeu de paramètres, les courbes de FM peuvent être parfaitement reproduites.

Le  $a$  obtenu par cette méthode est très différent de celui extrait de la mesure quasi-statique (pour l'échantillon servant d'exemple il y a un facteur 2 entre les deux). Cela peut se comprendre si l'on étudie les temps caractéristiques du système. Lors de la mesure quasi-statique le courant de polarisation est modifié et la mesure n'est effectuée que lorsque le système dynamique est à l'équilibre. Lors de l'expérience de FM, le courant de polarisation est changé continûment avec une période du même ordre de grandeur que le temps de retour à l'équilibre. Le système est donc constamment hors équilibre. Les deux mesures ne sont donc pas équivalentes. La première, en quasi-statique, est une mesure d'accordabilité, la deuxième en dynamique mesure la sensibilité à la déviation.

Jusqu'à présent, la communauté des spintroniciens n'a pas considéré la différence entre ces deux concepts malgré le fait que celle des électroniciens radiofréquence l'a clairement faite. Cela est probablement dû au fait que pour les STO macrospin, dans les gammes de fréquences utilisées pour la FM, les deux ont la même valeur.

Pour conclure, j'ai montré que l'on peut réaliser de la FM sur des oscillateurs à vortex. Qu'il est possible de comprendre les résultats obtenus grâce à la théorie de la FM non-linéaire basée sur la relation entre le courant de polarisation et la fréquence de l'oscillateur. Cette relation courant-fréquence s'est avérée dépendre de la vitesse de variation du courant (c.-à-d. de la fréquence de modulation). Donc les coefficients du polynôme modélisant la relation courant-fréquence sont eux aussi dépendant de la fréquence de modulation. J'ai donc développé une méthode pour extraire ces coefficients à partir des mesures spectrales. Enfin, j'explique pourquoi ces coefficients varient selon l'expérience considérée (quasi-statique ou dynamique) en mettant en perspective les temps caractéristiques mis en jeu.



**Figure IV.22** – Extraction de l'amplitude de la porteuse en fonction de la fréquence de modulation et graphe de théorique avec le coefficient statique (tiré) et les coefficients issus de l'extraction (ligne).

---

# CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

Tout au long de cette thèse, j'ai étudié un nouveau type d'oscillateur spintronique : les oscillateurs à vortex. Ces oscillateurs sont constitués de trois couches fonctionnelles : un polariseur, un espaceur et une couche libre, toutes trois gravées en nanopilier. Grâce au champ d'Ampère généré par le courant, il est possible de nucléer un vortex magnétique dans la couche libre. Il est ensuite mis en mouvement grâce au couple de transfert de spin. Le vortex suit une orbite circulaire autour du centre du pilier, ce qui provoque une modification périodique de l'aimantation dans la couche libre : elle est successivement majoritairement parallèle et antiparallèle à celle du polariseur. Grâce à un analyseur, de spectre il est possible de mesurer la variation de tension qui en résulte. Mon travail a donc porté sur l'étude de la réponse spectrale d'un oscillateur à vortex soumis à une excitation électrique radiofréquence.

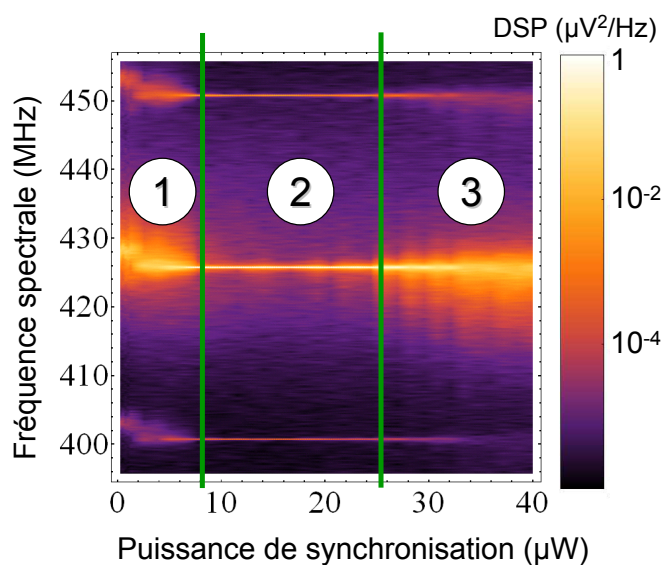
Tout d'abord j'ai étudié le comportement du vortex magnétique lorsqu'il est synchronisé par une onde excitatrice extérieure. J'ai choisi la fréquence de cette dernière proche de la fréquence naturelle de l'oscillateur (environ 500 MHz) ou proche du double de celle-ci. A partir de ces résultats expérimentaux, j'ai développé un modèle analytique avec lequel il est possible d'appréhender plusieurs phénomènes observés tels que la plus grande efficacité de la synchronisation avec une onde ayant une fréquence double de celle de l'oscillateur, ainsi que le lien entre fréquence et courant.

Ensuite j'ai mené une expérience de modulation de fréquence sur ces oscillateurs. Pour cela, j'ai, là aussi, injecté une onde radiofréquence, mais cette fois-ci, avec une fréquence allant de 4 à 40 MHz. Mes résultats expérimentaux ne peuvent s'expliquer par une application directe de la théorie de la modulation. En effet, la relation courant-fréquence mesurée dans une expérience quasi-statique n'est plus applicable ici. J'expose donc une méthode qui permet d'extraire à partir des données la relation courant-fréquence valable en dynamique. Ces résultats montrent l'importance des différents temps caractéristiques du système qu'il faut prendre en compte.

Ce travail est important d'un point de vue fondamental, car il a permis de mieux comprendre la physique qui régit un vortex confiné dans un nanopilier : l'importance de prendre en compte la masse, les temps caractéristiques de retour à l'équilibre, le caractère paramétrique de l'oscillateur... Mais il est aussi intéressant d'un point de vue applicatif,

car si l'on veut qu'un jour les oscillateurs à vortex équipent nos téléphones portables, ils doivent pouvoir être synchronisés et modulés.

Bien que mon travail de thèse s'arrête là, il reste encore beaucoup de phénomènes à découvrir et à comprendre. Par exemple, à la fin de ma thèse, nous avons commencé à explorer les mesures à deux tons en envoyant simultanément deux ondes : une à haute fréquence et l'autre à basse fréquence. Cette méthode semble être une piste prometteuse pour approfondir la compréhension de la dynamique du vortex. En effet, si le vortex répondait de manière linéaire, superposer ces deux signaux n'aurait pas grand intérêt, car on n'aurait comme réponse du système que la somme des deux réponses considérées séparément. Cependant, comme nous l'avons vu, la dynamique d'un auto-oscillateur à vortex est non linéaire et cette mesure permet donc de mettre cet aspect en avant.



**Figure IV.23** – Carte couleur issue d'une expérience à deux tons. La première onde a une fréquence égale au double de la fréquence naturelle de l'oscillateur et la deuxième à une fréquence plus basse (25 MHz).

Lors de mes premières mesures, j'ai obtenu un signal reflétant à la fois la synchronisation et la modulation comme l'on peut voir sur la figure IV.23. Ce phénomène est délicat à interpréter. En effet, la réponse du système semble montrer une interaction entre l'effet de l'onde modulante et celui de l'onde de « synchronisation »<sup>16</sup>.

Sur la figure IV.23, on observe différents régimes :

- Dans la zone 1, un pour de faibles puissances de « synchronisation », on observe un phénomène de modulation, mais pas de synchronisation : les pics sont plutôt larges et de faible amplitude, comme dans le cas où il n'y a pas d'onde de « synchronisation ». Néanmoins, on remarque que la fréquence des pics se décale à cause de l'onde de synchronisation.
- Dans la zone 2, on distingue clairement un affinement des différents pics du spectre, comme c'est le cas lors de la synchronisation, tout en gardant la modulation. Il est intéressant d'observer un phénomène similaire à la synchronisation mais pour les 3 pics, ce qui n'est pas décrit par la théorie que nous avons abordée précédemment.

<sup>16</sup>. En toute rigueur, on ne peut plus parler de synchronisation puisque la fréquence instantanée varie, mais plutôt de forçage.



- Dans la zone 3, pour de forte puissance de « synchronisation », le cycle du vortex est fortement perturbé et les 3 pics tendent à disparaître. La déstabilisation du vortex est peut être liée à l'existence d'une réponse apériodique du vortex. Un tel régime peut exister dans le cas d'un oscillateur paramétrique, et il pourrait y avoir ici un phénomène analogue. Cette hypothèse ne peut pas être testée avec le dispositif expérimental que j'ai présenté dans ce manuscrit, mais pourrait l'être, par exemple, avec un oscilloscope rapide.

Ainsi une expérience à deux tons de ce type laisse espérer qu'on puisse accéder à la nature des non-linéarités de la dynamique du vortex, en imaginant une combinaison subtile des signaux excitateurs.



---

# RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] N. F. MOTT. *The Resistance and Thermoelectric Properties of the Transition Metals*. Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences **156**(888), 368–382 August (1936). [4](#)
- [2] G. BINASCH, P. GRÜNBERG, F. SAURENBACH, AND W. ZINN. *Enhanced magnetoresistance in layered magnetic structures*. Physical Review B **39**(7), 4828–4830 (1989). [4](#), [6](#)
- [3] M. BAIBICH, JM BROTO, A. FERT, AND FN VAN DAU. *Giant magnetoresistance of (001) Fe/(001) Cr magnetic superlattices*. Physical Review Letters (1988). [4](#), [6](#)
- [4] S. GOUDSMIT. *La découverte du spin de l'électron*. Journal de Physique (1967). [4](#)
- [5] R. O'HANDLEY. *Modern Magnetic Materials Principles and Application*. Wiley-Interscience Publication (2000). [5](#)
- [6] H. KRONMÜLLER AND S. PARKIN, editors. *Handbook of Magnetism and Advanced Magnetic Materials*. John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, UK December (2007). [5](#)
- [7] M. JULLIERE. *Tunneling between ferromagnetic films*. Physics Letters A **54**(3), 225–226 (1975). [6](#), [12](#)
- [8] E. Y. TSYMBAL, O. N MRYASOV, AND P. R LECLAIR. *Spin-dependent tunnelling in magnetic tunnel junctions*. Journal of Physics : Condensed Matter **15**(4), R109–R142 February (2003). [8](#), [13](#)
- [9] T. VALET AND A. FERT. *Theory of the perpendicular magnetoresistance in magnetic multilayers*. Physical Review B **48**(10), 7099–7113 September (1993). [9](#), [10](#)
- [10] A. FERT AND J.-M. GEORGE. *Spin injection and experimental detection of spin accumulation*. Journal of Physics D : ... **35**(19), 2443–2447 October (2002). [10](#)
- [11] P. FREITAS, R. FERREIRA, S. CARDOSO, AND F. CARDOSO. *Magnetoresistive sensors*. Journal of Physics : Condensed Matter **19**(16), 165221 April (2007). [11](#)
- [12] P. TEDROW AND R. MESERVEY. *Spin-Dependent Tunneling into Ferromagnetic Nickel*. Physical Review Letters **26**(4), 192–195 January (1971). [13](#)

- [13] R. MESERVEY AND P.M. TEDROW. *Spin-polarized electron tunneling*. Physics Reports **238**(4), 173–243 March (1994). [13](#)
- [14] J. SLONCZEWSKI. *Conductance and exchange coupling of two ferromagnets separated by a tunneling barrier*. Physical review. B, Condensed matter **39**(10), 6995–7002 April (1989). [13](#)
- [15] W. F. BRINKMAN. *Tunneling Conductance of Asymmetrical Barriers*. Journal of Applied Physics **41**(5), 1915 (1970). [13](#)
- [16] D. WANG, C. NORDMAN, J.M. DAUGHTON, Z. QIAN, AND J. FINK. *70% TMR at Room Temperature for SDT Sandwich Junctions With CoFeB as Free and Reference Layers*. IEEE Transactions on Magnetics **40**(4), 2269–2271 July (2004). [14](#)
- [17] WILLIAM H BUTLER. *Tunneling magnetoresistance from a symmetry filtering effect*. Science and Technology of Advanced Materials **9**(1), 014106 April (2008). [14](#)
- [18] C. BARADUC, M. CHSHIEV, AND B. DIÉNY. Spintronic Phenomena : Giant Magnetoresistance, tunnel magnetoresistance and Spin transfer torque. In *Giant Magnetoresistance Sensors*, pages 1–30. Springer (2013). [14](#)
- [19] WILLIAM BROWN. *Thermal Fluctuations of a Single-Domain Particle*. Physical Review **130**(5), 1677–1686 June (1963). [17](#)
- [20] J.C. SLONCZEWSKI. *Current-driven excitation of magnetic multilayers*. Journal of Magnetism and Magnetic Materials **159**(1-2), 1–7 June (1996). [17](#)
- [21] S. I. KISELEV, J.C. C. SANKEY, I. N. KRIVOROTOV, N. C. EMLEY, R. J. SCHOELKOPF, R. BUHRMAN, AND D. C. RALPH. *Microwave oscillations of a nanomagnet driven by a spin-polarized current*. Nature **425**(6956), 380–3 September (2003). [19](#)
- [22] M. TSOI, A. JANSEN, J. BASS, W.-C. CHIANG, M. SECK, V. TSOI, AND P. WYDER. *Excitation of a Magnetic Multilayer by an Electric Current*. Physical Review Letters **80**(19), 4281–4284 May (1998). [19](#)
- [23] K. L. METLOV AND K. Y. GUSLIENKO. *Stability of magnetic vortex in soft magnetic nano-sized circular cylinder*. Journal of Magnetism and Magnetic Materials **242-245**, 1015–1017 April (2002). [21](#), [41](#)
- [24] A. DUSSAUX. *Etude des oscillations de vortex magnétiques induites par transfert de spin*. Thèse de Doctorat, Université Paris VI - Pierre et Marie Curie (2011). [22](#)
- [25] A. DUSSAUX, B. GEORGES, J. GROLLIER, V. CROS, A. V. KHVALKOVSKIY, A. FUKUSHIMA, M. KONOTO, H. KUBOTA, K. YAKUSHIJI, S. YUASA, K. A. ZVEZDIN, K. ANDO, AND A. FERT. *Large microwave generation from current-driven magnetic vortex oscillators in magnetic tunnel junctions*. Nature Communications **1**(8), 1–6 April (2010). [22](#), [24](#), [26](#), [72](#), [73](#)
- [26] A. THIELE. *Steady-State Motion of Magnetic Domains*. Physical Review Letters **30**(6), 230–233 February (1973). [22](#), [71](#), [79](#)

- [27] G. M. WYSIN, F. G. MERTENS, A. R. VÖLKEL, AND A. R. BISHOP. Mass and Momentum for vortices in two-dimensional easy-plane magnets. In *Nonlinear Coherent Structures in Physics and Biology*. Plenum, New York (1994). [23](#), [71](#), [76](#)
- [28] F. MERTENS, H. SCHNITZER, AND A. BISHOP. *Hierarchy of equations of motion for nonlinear coherent excitations applied to magnetic vortices*. Physical Review B **56**(5), 2510–2520 August (1997). [23](#)
- [29] B. IVANOV, G. G. AVANESYAN, A. V. KHVALKOVSKIY, N. E. KULAGIN, C. E. ZASPEL, AND K. A. ZVEZDIN. *Non-Newtonian dynamics of the fast motion of a magnetic vortex*. JETP Letters **91**(4), 178–182 May (2010). [23](#)
- [30] B. IVANOV AND C. E. ZASPEL. *Excitation of Spin Dynamics by Spin-Polarized Current in Vortex State Magnetic Disks*. Physical Review Letters **99**(24), 2–5 December (2007). [24](#), [26](#), [44](#)
- [31] M. PUFALL, W. RIPPARD, C. SCHNEIDER, AND S. RUSSEK. *Low-field current-hysteretic oscillations in spin-transfer nanocontacts*. Physical Review B **75**(14), 140104 April (2007). [24](#), [25](#), [26](#), [45](#), [47](#), [77](#)
- [32] V. S. PRIBIAG, I. N. KRIVOROTOV, G. D. FUCHS, P. M. BRAGANCA, O. OZATAY, J. C. SANKEY, D. C. RALPH, AND R. BUHRMAN. *Magnetic vortex oscillator driven by d.c. spin-polarized current*. Nature Physics **3**(7), 498–503 May (2007). [24](#), [25](#), [26](#), [42](#), [45](#)
- [33] J. V. KIM, Q. MISTRAL, C. CHAPPERT, V. TIBERKEVICH, AND A. SLAVIN. *Line Shape Distortion in a Nonlinear Auto-Oscillator Near Generation Threshold : Application to Spin-Torque Nano-Oscillators*. Physical Review Letters **100**(16), 167201 April (2008). [25](#)
- [34] Q. MISTRAL, M. VAN KAMPEN, G. HRKAC, J. V. KIM, T. DEVOLDER, P. CROZAT, C. CHAPPERT, L. LAGAE, AND T. SCHREFL. *Current-Driven Vortex Oscillations in Metallic Nanocontacts*. Physical Review Letters **100**(25), 257201 June (2008). [25](#), [42](#)
- [35] M. VAN KAMPEN, L. LAGAE, G. HRKAC, T. SCHREFL, J. V. KIM, T. DEVOLDER, AND C. CHAPPERT. *Current-driven vortex oscillations in metallic nanocontacts : zero-field oscillations and training effects*. Journal of Physics D : Applied Physics **42**(24), 245001 December (2009). [26](#)
- [36] A. KHVALKOVSKIY, J. GROLLIER, A. DUSSAUX, KONSTANTIN ZVEZDIN, AND V. CROS. *Vortex oscillations induced by spin-polarized current in a magnetic nanopillar : Analytical versus micromagnetic calculations*. Physical Review B **80**(14), 140401 October (2009). [26](#)
- [37] J. V. KIM AND T. DEVOLDER. *Theory of the power spectrum of spin-torque nano-contact vortex oscillators*. Arxiv : 1007.3859, (2010). [26](#)
- [38] G. FINOCCHIO, O. OZATAY, L. TORRES, R. BUHRMAN, D. RALPH, AND B. AZZERBONI. *Spin-torque-induced rotational dynamics of a magnetic vortex dipole*. Physical Review B **78**(174408) November (2008). [26](#)

- [39] A. RUOTOLO, V. CROS, B. GEORGES, A. DUSSAUX, J. GROLLIER, C. DERANLOT, R. GUILLEMET, K. BOUZEHOUE, S. FUSIL, AND A. FERT. *Phase-locking of magnetic vortices mediated by antivortices*. Nature nanotechnology **4**(8), 528–32 August (2009). [27](#)
- [40] N. LOCATELLI, V. V. NALETTOV, J. GROLLIER, G. DE LOUBENS, V. CROS, C. DERANLOT, C. ULYSSE, G. FAINI, O. KLEIN, AND A. FERT. *Dynamics of two coupled vortices in a spin valve nanopillar excited by spin transfer torque*. Applied Physics Letters **98**(6), 062501 (2011). [27](#)
- [41] P. BRUNO AND C. CHAPPERT. *Ruderman-Kittel theory of oscillatory interlayer exchange coupling*. Physical Review B **46**(1), 261–269 (1992). [33](#)
- [42] M. D. STILES. *Exchange coupling in magnetic heterostructures*. Physical Review B **48**(10), 7238–7258 September (1993). [33](#)
- [43] S. PETIT-WATELOT. *Influence du couple de transfert de spin sur les fluctuations magnétiques thermiquement activées dans les jonctions tunnel magnétiques*. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier - Grenoble I (2007). [38](#), [42](#)
- [44] R. P. COWBURN, D. K. KOLTISOV, A. O. ADEYEYE, AND M. E. WELLAND. *Single-Domain Circular Nanomagnets*. Physical Review Letters **83**(5), 1042–1045 August (1999). [40](#), [41](#)
- [45] K. Y. GUSLIENKO, V. NOVOSAD, Y. OTANI, H. SHIMA, AND K. FUKAMICHI. *Magnetization reversal due to vortex nucleation, displacement, and annihilation in submicron ferromagnetic dot arrays*. Physical Review B **65**(2), 024414 December (2001). [40](#)
- [46] K. Y. GUSLIENKO, V. NOVOSAD, Y. OTANI, H. SHIMA, AND K. FUKAMICHI. *Field evolution of magnetic vortex state in ferromagnetic disks*. Applied Physics Letters **78**(24), 3848 (2001). [40](#)
- [47] L. J. CHANG, PANG LIN, AND SHANG FAN LEE. *Vortex Induced by DC Current in a Circular Magnetic Spin Valve Nanopillar*. IEEE Transactions on Magnetics **48**(4), 1297–1300 April (2012). [41](#)
- [48] S. URAZHDIN, C. CHIEN, K. Y. GUSLIENKO, AND L. NOVOZHILOVA. *Effects of current on the magnetic states of permalloy nanodiscs*. Physical Review B **73**(5), 054416 February (2006). [41](#)
- [49] F. BOUST AND N. VUKADINOVIC. *Micromagnetic simulations of vortex-state excitations in soft magnetic nanostructures*. Physical Review B **70**(17), 172408 November (2004). [44](#)
- [50] L. GIOVANNINI, F. MONTONCELLO, F. NIZZOLI, G. GUBBIOTTI, G. CARLOTTI, T. OKUNO, T. SHINJO, AND M. GRIMSDITCH. *Spin excitations of nanometric cylindrical dots in vortex and saturated magnetic states*. Physical Review B **70**(17), 172404 November (2004). [44](#)
- [51] B. IVANOV. *Gyrotropic mode frequency of vortex-state permalloy disks*. Journal of Applied Physics **95**(11), 7444 (2004). [44](#)

- [52] A. V. KHVALKOVSKIY, J. GROLLIER, N. LOCATELLI, Y. V. GORBUNOV, K. A. ZVEZDIN, AND V. CROS. *Nonuniformity of a planar polarizer for spin-transfer-induced vortex oscillations at zero field*. Applied Physics Letters **96**(21), 212507 (2010). [44](#), [45](#), [80](#)
- [53] D. GUSAKOVA, D. HOUSAMEDDINE, U. EBELS, B. DIENY, L. BUDA-PREJBEANU, M-C. CYRILLE, AND B. DELAËT. *Spin-polarized current-induced excitations in a coupled magnetic layer system*. Physical Review B **79**(10), 104406 March (2009). [45](#)
- [54] T. DEVOLDER, J. V. KIM, P. CROZAT, C. CHAPPERT, M. MANFRINI, M. VAN KAMPEN, W. VAN ROY, L. LAGAE, G. HRKAC, T. SCHREFL, AND W. VAN ROY. *Time-resolved zero field vortex oscillations in point contacts*. Applied Physics Letters **95**(1), 12507 (2009). [45](#)
- [55] N. LOCATELLI. *Dynamique par transfert de spin et synchronisation d'oscillateurs couplés à base de vortex magnétiques*. Thèse de Doctorat, UMP CNRS/THALES - Unité mixte de physique CNRS/Thalès (2012). [45](#)
- [56] A. PIKOVSKY, M. ROSENBLUM, AND J. KURTHS. *Synchronization : A Universal Concept in Nonlinear Sciences*. Cambridge Univ. Press, Cambridge. [52](#), [58](#), [60](#)
- [57] B. VAN DER POL AND J. VAN DER MARK. *Frequency démultiplication*. Nature **120**, 363–364 (1927). [56](#)
- [58] A. SLAVIN AND V. TIBERKEVICH. *Nonlinear Auto-Oscillator Theory of Microwave Generation by Spin-Polarized Current*. IEEE Transactions on Magnetics **45**(4), 1875–1918 April (2009). [56](#), [57](#), [104](#)
- [59] J. BUCK AND E. BUCK. *Mechanism of rhythmic synchronous flashing of fireflies*. Science **25**(March), 1319 (1968). [58](#)
- [60] B. GEORGES, J. GROLLIER, V. CROS, AND A. FERT. *Impact of the electrical connection of spin transfer nano-oscillators on their synchronization : an analytical study*. Applied Physics Letters **92**(23), 232504 (2008). [61](#)
- [61] A. SLAVIN AND V. TIBERKEVICH. *Nonlinear self-phase-locking effect in an array of current-driven magnetic nanocontacts*. Physical Review B **72**(9), 092407 September (2005). [61](#)
- [62] J. GROLLIER, V. CROS, AND A. FERT. *Synchronization of spin-transfer oscillators driven by stimulated microwave currents*. Physical Review B **73**(6), 060409 February (2006). [61](#)
- [63] W. RIPPARD, M. PUFALL, S. KAKA, T. SILVA, S. RUSSEK, AND J. KATINE. *Injection Locking and Phase Control of Spin Transfer Nano-oscillators*. Physical Review Letters **95**(6), 10–13 August (2005). [61](#), [62](#)
- [64] S. URAZH DIN, P. TABOR, V. TIBERKEVICH, AND A. SLAVIN. *Fractional Synchronization of Spin-Torque Nano-Oscillators*. Physical Review Letters **105**(10), 104101 August (2010). [61](#), [62](#)



- [65] B. GEORGES, J. GROLLIER, M. DARQUES, V. CROS, C. DERANLOT, B. MARCILHAC, G. FAINI, AND A. FERT. *Coupling Efficiency for Phase Locking of a Spin Transfer Nano-Oscillator to a Microwave Current*. Physical Review Letters **101**(1), 017201 July (2008). 62
- [66] R. LEHNDORFF, D. E. BURGLER, C. SCHNEIDER, AND Z. CELINSKI. *Injection locking of the gyrotropic vortex motion in a nanopillar*. Applied Physics Letters **97**(14), 142503 (2010). 62
- [67] A. DUSSAUX, A. V. KHVALKOVSKIY, J. GROLLIER, V. CROS, A. FUKUSHIMA, M. KONOTO, H. KUBOTA, K. YAKUSHIJI, S. YUASA, K. ANDO, AND A. FERT. *Phase locking of vortex based spin transfer oscillators to a microwave current*. Applied Physics Letters **98**(13), 132506 (2011). 62
- [68] Y. CHOI, K. LEE, AND S. KIM. *Quantitative understanding of magnetic vortex oscillations driven by spin-polarized out-of-plane dc current : Analytical and micromagnetic numerical study*. Physical Review B **79**(18), 184424 May (2009). 72
- [69] G. R. ARANDA, J. M. GONZALEZ, J. J. DEL VAL, AND K. Y. GUSLIENKO. *Limits for the vortex state spin torque oscillator in magnetic nanopillars : Micromagnetic simulations for a thin free layer*. Journal of Applied Physics **108**(12), 123914 (2010). 72
- [70] K. Y. GUSLIENKO, RAFAEL HERNÁNDEZ HEREDERO, AND OKSANA CHUBYKALOFESEENKO. *Nonlinear gyrotropic vortex dynamics in ferromagnetic dots*. Physical Review B **82**(1), 014402 July (2010). 75
- [71] K. Y. GUSLIENKO, G. R. ARANDA, AND J. M. GONZALEZ. *Topological gauge field in nanomagnets : Spin-wave excitations over a slowly moving magnetization background*. Physical Review B **81**(1), 014414 January (2010). 79
- [72] K. Y. GUSLIENKO. *Low-frequency vortex dynamic susceptibility and relaxation in mesoscopic ferromagnetic dots*. Applied Physics Letters **89**(2), 022510 (2006). 79
- [73] K. Y. GUSLIENKO, X. HAN, D. KEAVNEY, R. DIVAN, AND S. BADER. *Magnetic Vortex Core Dynamics in Cylindrical Ferromagnetic Dots*. Physical Review Letters **96**(6), 1–4 February (2006). 79
- [74] E. MATHIEU. *Mémoire sur le mouvement vibratoire d’une membrane de forme elliptique*. Journal des Mathématiques Pures et Appliquées pages 137–03 (1868). 83
- [75] A. MOLITON. *Solid-state physics for electronics*. (2010). 84
- [76] A. H. NAYFEH AND D. T. MOOK. *Nonlinear oscillations*. Wiley Classics Library (1985). 84, 85, 86
- [77] P. BERGÉ, Y. POMEAU, AND C. VIDAL. *L’ordre dans le chaos : Vers une approche déterministe de la turbulence*. Hermann edition (1992). 84, 86
- [78] A. LAZARUS. *Influence des défauts sur le comportement vibratoire linéaire des systèmes tournant*. Thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique (2008). 86, 94

- [79] P. BORTOLOTTI, C. SERPICO, E. GRIMALDI, A. DUSSAUX, J. GROLLIER, V. CROS, K. YAKUSHIJI, A. FUKUSHIMA, H. KUBOTA, R. MATSUMOTO, AND S. YUASA. *Parallel pumping of magnetic vortex gyrations in spin-torque nano-oscillators*. Arxiv : 1303.0225, March (2013). [92](#)
- [80] J. R. CARSON. *Notes on the Theory of Modulation*. Proceedings of the IRE **10**(1), 57–64 February (1922). [99](#)
- [81] Y. POGORYELOV, P. K. MUDULI, S. BONETTI, E. IACocca, F. MANCOFF, AND J. AKERMAN. *Frequency modulation of spin torque oscillator pairs*. Applied Physics Letters **98**(19), 192501 (2011). [104](#)
- [82] P. K. MUDULI, Y. POGORYELOV, F. MANCOFF, AND J. AKERMAN. *Modulation of Individual and Mutually Synchronized Nanocontact-Based Spin Torque Oscillators*. IEEE Transactions on Magnetics **47**(6), 1575–1579 June (2011). [104](#)
- [83] M. R. PUFALL, W. H. RIPPARD, S. KAKA, T. J. SILVA, AND S. E. RUSSEK. *Frequency modulation of spin-transfer oscillators*. Applied Physics Letters **86**(8), 082506 (2005). [104](#)
- [84] G. CONSOLO AND VITO PULIAFITO. *Analytical and Micromagnetic Study of Nonlinear Amplitude Modulation in Spintronic Modulators*. IEEE Transactions on Magnetics **46**(6), 2063–2066 June (2010). [104](#)
- [85] P. K. MUDULI, Y. POGORYELOV, S. BONETTI, F. MANCOFF, AND J. Å KERMAN. *Nonlinear frequency and amplitude modulation of a nanocontact-based spin-torque oscillator*. Physical Review B **81**(14), 1–4 April (2010). [104](#)
- [86] E. IACocca AND JOHAN AKERMAN. *Analytical investigation of modulated spin-torque oscillators in the framework of coupled differential equations with variable coefficients*. Physical Review B **85**(18), 184420 May (2012). [104](#), [105](#), [121](#)
- [87] M. MANFRINI, T. DEVOLDER, J. V. KIM, P. CROZAT, N. ZEROUNIAN, C. CHAPPERT, W. VAN ROY, L. LAGAE, G. HRKAC, AND T. SCHREFL. *Agility of vortex-based nanocontact spin torque oscillators*. Applied Physics Letters **95**(19), 192507 (2009). [105](#)
- [88] M. MANFRINI, T. DEVOLDER, J. V. KIM, P. CROZAT, C. CHAPPERT, W. VAN ROY, AND L. LAGAE. *Frequency shift keying in vortex-based spin torque oscillators*. Journal of Applied Physics **109**(8), 083940 (2011). [105](#), [106](#), [120](#)
- [89] D. M. POZAR. *Microwave Engineering, 4eme Edition*. Wiley (2011). [110](#)
- [90] K. LEE AND S. KIM. *Gyrotropic linear and nonlinear motions of a magnetic vortex in soft magnetic nanodots*. Applied Physics Letters **91**(13), 132511 (2007). [120](#)
- [91] K. Y. GUSLIENKO, B. IVANOV, V. NOVOSAD, Y. OTANI, H. SHIMA, AND K. FUKAMICHI. *Eigenfrequencies of vortex state excitations in magnetic submicron-size disks*. Journal of Applied Physics **91**(10), 8037 (2002). [120](#)
- [92] G. F. BOCK AND B. L. WALSH. *An Rf Linear Modulation Circuit*. , **78**, pages 315–317. MTT005 (1978). [121](#)

- [93] G. KING AND M. P. WASSE. *Frequency modulation of Gunn-effect oscillators*. IEEE Transactions on Electron Devices **14**(10), 717–718 October (1967). [121](#)
- [94] R. T. THOMPSON. Radio receiver noise suppression, December (1948). [121](#)
- [95] A. F. SCHNEITER J. L. FIKART. Circuit for linearizing frequency modulated oscillators on microstrip, mars (1981). [121](#)
- [96] M. GOLIO. *The RF and Microwave Handbook Electrical Engineering Handbook*. CRC Press (2010). [121](#)
- [97] V. VIKRANT. *Wireless Communication*. Laxmi Publications (2010). [121](#)
- [98] M. QUINSAT. *Etude d'un auto-oscillateur non-isochrone : Application à la dynamique non-linéaire de l'aimantation induite par transfert de spin*. Thèse de Doctorat, Université de Grenoble - UJF (2012). [121](#)





**Résumé :** Depuis 2004, les composants radiofréquence (RF) suscitent un intérêt croissant au sein de la communauté spintronique, tant du point de vue de la physique fondamentale que des applications potentielles. Ces composants ont émergé suite à la découverte du couple de transfert de spin (STT) qui permet d'exciter l'aimantation grâce à un courant électrique. Dans ce contexte, j'ai étudié des oscillateurs à vortex basés sur des jonctions tunnel magnétiques à très faible résistance dans lesquelles un vortex magnétique suit un mouvement périodique dû au STT.

On observe des oscillations de ce vortex lorsque la jonction est polarisée par un large courant dc sous un faible champ planaire. En effet, le courant produit à la fois un fort champ d'Ampère, qui contribue à la nucléation du vortex, et génère le STT qui met le vortex en mouvement. Grâce à l'oscillation du vortex, ces composants émettent un signal RF d'une forte puissance (jusqu'à 20nW) avec une fréquence naturelle d'environ 450MHz.

J'ai étudié la synchronisation de ces oscillateurs en injectant, en plus du courant continu, une excitation RF. Lorsque ce signal d'excitation est suffisamment puissant, l'oscillateur se verrouille sur cette source externe. On observe une diminution du bruit autour du pic fondamental et une augmentation de l'amplitude de celui-ci. J'explique ces observations en modélisant le système en tant qu'oscillateur paramétrique. Cette modélisation permet de décrire certains phénomènes observés expérimentalement, comme le fait qu'il soit plus facile d'atteindre le régime d'instabilité dynamique quand la fréquence de l'excitation est égale à deux fois la fréquence naturelle de l'oscillateur.

Ensuite, j'ai réalisé une expérience de modulation de fréquence (FM), en excitant l'échantillon avec une onde RF à basse fréquence. L'expérience consiste à mesurer la densité spectral de puissance du signal tout en balayant la fréquence de l'onde de modulation et ceci à différente puissance. Il apparaît alors que la description usuelle de la FM ne puisse plus être utilisée dans notre cas, car la fréquence de modulation est trop grande par rapport à la fréquence naturelle. Cela est dû au fait que le vortex met un certain temps à répondre à une excitation. Pour expliquer mes mesures, j'ai donc dû introduire le concept de sensibilité à la déviation, qui correspond à la dépendance de la fréquence de l'oscillateur avec le courant quand celui-ci varie périodiquement.

**Mots clés :** Jonction tunnel magnétique ; Couple de transfert de spin ; Vortex ; Dynamique non-linéaire ; Synchronisation ; Modulation de fréquence

**Abstract :** Since 2004, research on radiofrequency (RF) spintronic devices has been very active, both from a fundamental point of view as well as for their potential applications as RF oscillators or spin-diodes. These devices are based on spin transfer torque (STT). In this context, I studied vortex oscillators based on ultra-low resistance magnetic tunnel junctions in which vortex dynamics is driven into a periodic motion by STT. The vortex oscillations are observed when the junction is subjected to a large dc bias current and a low in-plane field. The dc current produces both a large Oersted field which contributes to the vortex nucleation and a STT that starts the vortex oscillation. This oscillation leads to a large output power up to 20nW with a fundamental frequency around 450MHz and many harmonics.

Synchronization with an external signal was then tested by adding a RF current to the dc bias current. With a large enough input power, the oscillator locks on the external source : the noise is then drastically reduced and the spectral purity of the signal significantly increases. These observations are explained by describing the system as a parametric oscillator. This model predicts, as experimentally observed, that, for a small amplitude of the RF excitation, a dynamical instability can be more easily reached when its frequency is twice the natural frequency of the oscillator than for any other frequencies.

Then, I performed frequency modulation measurements by exciting the dc-biased sample with a low frequency ac-current. The power spectral density was measured as I swept the modulation frequency for various modulation powers. It appears that the description previously used to describe modulation experiments does not apply when the modulation frequency is a significant fraction of the natural frequency. The vortex response time appears to play a significant role, so that the concept of deviation sensitivity has to be introduced to explain the observations : it corresponds to the dynamical dependence of the oscillator frequency with an applied current that varies with time.

**Keywords :** Magnetic tunnel junction ; Spin transfer torque ; Vortex ; Non-linear dynamics, Synchronisation ; Frequency modulation